# Tömegkiszolgálás zárthelyi

## 2010. március 1.

**Fontos!** Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

**1. feladat.** Egy adatcsomagot továbbító csatorna $\frac{1}{4}$ valószínűséggel áll rendelkezésre, azaz tud átküldeni csomagot egy időrésben. Új csomag $\frac{1}{3}$ valószínűséggel érkezik egy időrésben. Írd fel a sorhossz átmenetvalószínűség-mátrixát, ha a pufferben maximum négy csomag fér el!

**2. feladat.** Tekintsük a

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} p & 1-p & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ q & 1-q & 0 \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot. A paraméterek milyen értékei esetén lesz a lánc stabil?

**3. feladat.** Az előző feladatban legyen $p = \frac{1}{3}$ és $q = \frac{1}{4}$. Mennyi a $\mathbf{P}(X_2 = 1 | X_0 = 2)$ kétlépéses átmenetvalószínűség értéke? Mi $X_2$ eloszlása, ha a Markov-láncot a $P_0 = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ eloszlásból indítjuk?

**4. feladat.** Tekintsük az $X_{n+1} = (X_n - 1 + Y_{n+1})^+$ sorozatot. Milyen feltételekkel lesz ez Markov-lánc? Mikor lesz homogén? Mikor lesz irreducibilis, illetve aperiodikus?

**5. feladat.** Tekintsük a

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot. Mi a határeloszlása?