Tömegkiszolgálás pótzárthelyi

2010. március 8.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

---

1. feladat. Adj példát nem stabil végtelen állapotú Markov-láncra!

2. feladat. Tekintsük a

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot. Mennyi a $\mathbf{P}(X_6 = 1 | X_4 = 2)$ kétlépéses átmenetvalószínűség értéke? Mi lesz X_2 eloszlása, ha $\mathbf{P}(X_0 = 0) = \frac{1}{2}$, $\mathbf{P}(X_0 = 1) = 0$, $\mathbf{P}(X_0 = 2) = \frac{1}{2}$, $\mathbf{P}(X_0 = 3) = 0$?

3. feladat. A p paraméterek milyen értékei esetén lesz stabil a következő átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-lánc?

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1-p & 0 & p \end{pmatrix}$$

4. feladat. Az előző feladatban legyen $p = \frac{1}{3}$. Mi lesz ekkor a határeloszlás?

5. feladat. Tekintsük a

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínűség-mátrixszal adott Markov-láncot. Mi a 0 állapotban való tartózkodás idejének eloszlása?