

Információelmélet zárthelyi

2010. december 10.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

1. feladat. Egy döntési probléma X megfigyelésének és A célváltozójának együttes eloszlása:

$A \backslash X$	0	1	2	3
0	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}$	0
1	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$

Konstruáld meg a maximum a posteriori (Bayes) döntést!

2. feladat. Legyen X egy abszolút folytonos eloszlású valós valószínűségi változó. Legyen A egy kétértékű valószínűségi változó, melynek eloszlása: $\mathbf{P}(A = 0) = \frac{3}{5}$ és $\mathbf{P}(A = 1) = \frac{2}{5}$. X feltételes eloszlásai az $A = 0$ és $A = 1$ eseményekkel, mint feltétellel:

$f_0(x) = 1 - |x|$, $(-1 \leq x \leq 1)$ és $f_1(x) = 1 - |x - 1|$, $(0 \leq x \leq 2)$. Add meg azt a döntést, amelyik minimalizálja a hibavalószínűséget!

3. feladat. Szabályos dobókockával dobunk, legyen X a dobás eredménye, Y pedig egy olyan bináris valószínűségi változó, amelynek az értéke 1, ha a dobott szám páros és 0, ha páratlan. Mekkora az $I(X; Y)$ kölcsönös információ?

4. feladat. Mekkora az $\frac{1}{2}$ paraméterű bináris Z csatorna kapacitása?

5. feladat. Egy 0,7 kapacitású bináris szimmetrikus csatornán továbbítunk üzeneteket. Közelítőleg hány bites bináris üzenetek átvitelét valószínűsíthetjük meg, ha az üzenet meghibásodásának valószínűségét kis szinten akarjuk tartani, és a csatornát összesen 50-szer használhatjuk (a kódszóhossz 50)?