

Információelmélet—ZH 2001. április 12.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

Feladat 1 Legyen $f : \mathcal{X} \mapsto \{0, 1\}^*$ egy nemszinguláris, de nem egyértelműen dekódolható kód. Hogyan viszonyul egymáshoz

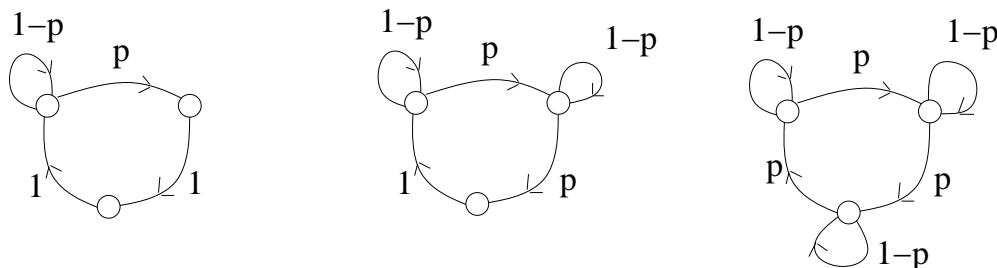
(a) $H(f(X))$ és $H(X)$, ahol $X \in \mathcal{X}$?

(b) $H(f(X^n))$ és $H(X^n)$, ahol $X^n = X_1 \dots X_n$, $X_i \in \mathcal{X}$ és $f(X^n) = f(X_1) \dots f(X_n)$?

Feladat 2 (a) Feldobunk egy tízforintost. Mekkora a kölcsönös információ az alsó illetve a felső oldala között?

(b) Most egy dobókockával dobunk. Mekkora a kölcsönös információ a felső illetve az első (felénk nező) oldala között?

Feladat 3 Mennyi az ábrán látható állapotátmenet gráfokkal megadott három stacionárius Markov-lánc entrópiája? Hogy viszonyulnak egymáshoz ezek az entrópiák?



Feladat 4 Legyen X egyenletes eloszlású a $[0, 8]$ intervallumon. Számold ki a differenciális entrópiáját, a 2 bites egyenletes kvantálójának a torzítását és az entrópiáját! Az órán tanult becslésekkel adj közelítést a torzításra és az entrópiára! Hasonlítsd őket össze a pontosan kiszámolt értékekkel!

Feladat 5 Legyen X és Y két olyan valószínűségi változó, amelyek értékeit a pozitív egész számok egy-egy véges részhalmazán veszik fel. Legyen $Z = X + Y$. Mutasd meg, hogy $H(Z|X) = H(Y|X)$, és hogy ha X és Y független valószínűségi változók, akkor $H(Z) \geq H(X)$ és $H(Z) \geq H(Y)$! Mutass példát olyan X, Y -ra (amelyek természetesen függőek), hogy $H(X) > H(Z)$ és $H(Y) > H(Z)$!