

SZA 2022. őszi, hatvani tételsor

A félkövéren szedett fogalmakat, tételeket és algoritmusokat feltétlenül tudni kell definiálni, kimondani, illetve ismertetni a sikeres vizsgához. A bekeretezett állításokat bizonyítottuk.

- Gráfelméleti alapfogalmak: **gráf, csúcs, él, fokszám, egyszerű gráf**, élsorozat, út, kör, **részgráf**, feszített részgráf, feszítő részgráf, komplementer gráf, izomorfia, vágás, **összefüggő gráf**, összefüggő komponens, **véges gráfok fokszámösszege**. **Fa**, erdő, fák egyszerű tulajdonságai: **2 első fokú csúcs**, **fák élszáma**.
- Feszítőfa** létezése, **Fában két csúcs között 1 út**, **fához 1 él hozzáadása 1 kört ad**, **alapkörrendszer**, minimális költségű feszítőfa, **Kruskal algoritmus helyessége**. Normál fák, ezek megkeresése, Normál fák és alapkörrendszer villamosságtani alkalmazása.
- Legrövidebb utat kereső algoritmusok (**szélességi keresés, Dijkstra, Ford, Floyd**), él menti javítás, **Dijkstra, Ford, Floyds algoritmusok helyessége**, lépésszámuk.
- Mélységi keresés**, mélységi szám, befejezési szám, bejárési fa, faél, előreél, visszaél, keresztél. **Topológikus sorrend**, aciklikus gráf, **ezen kettő kapcsolata a mélységi bejárással** (4 ekvivalens állítás), algoritmus topológikus sorrend keresésére, **PERT-feladat**, PERT-feladat megoldása, kritikus utak és tevékenységek megkeresése.
- Euler-körséta és Euler-séta**, **létezésükre szükséges és elégséges feltétel**. **Hamilton-kör, Hamilton-út**, Szükséges illetve elégséges feltételek Hamilton-kör létezésére: **Dirac tétel**, **Ore tétel**, **komponensszám csúcsok elhagyása után**.
- Síkbarajzolhatóság**, gömbrerajzolhatóság, sztereografikus projekció, külső tartomány nem kiüntetett volta. **Euler-féle poliédertétel**, következményei: **felső korlátok az élszáma**. **Kuratowski gráfok**, ezek **síkbarajzolhatósága**, **topológikus izomorfia, Kuratowski tétel**, **könnyű iránya**.
- Lineáris egyenletrendszer, kibővített együtthatómátrix, elemi sorokvivalens átalakítás** **elemi sorokvivalens átalakítás hatása a megoldáshalmazra**. **LA és RLA mátrix, vezér-egyes, megoldás leolvasása RLA mátrix esetén**. Tilos sor, kötött változó, szabad paraméter. **Ezek jelentése a megoldás/megoldhatóság szempontjából**. **Gauss-elimináció**, **összefüggés az egyértelmű megoldhatóság, az egyenletek és az ismeretlenek száma között**.
- Az \mathbb{R}^n tér**, vektorműveletek azonosságai, **altér, lineáris kombináció**, generátorrendszer, generált altér, **lineáris függetlenség** (kétféle definíció) **két definíció ekvivalenciája**. **Kicszerelési lemma**, **FG-egyenlőtlenség**.
- Altér bázisa**, **módszer bázis előállítására**, \mathbb{R}^n **strandard bázisa**. **Altér dimenziója**, **dimenzió jóldefiniáltsága**, **vektor bázishoz tartozó koordinátavektora és annak kimásztása**.
- Mátrix**, n elem permutációja, permutáció **inverziószáma**. **Bástyaelhelyezés**, inverzióban álló bástyapárok. **Determináns, mátrix transzponálás** **transzponált mátrix determinánsa**, **felső háromszögmátrix determinánsa** **elemi sorokvivalens átalakítások hatása a determinánusra**, **a determináns meghatározása Gauss eliminációval**, előjeles al-determináns, **kifejtési tétel**.
- Vektorok skaláris szorzata** és ezen művelet tulajdonságai. **Mátrixok összeadása és szorzása** és ezen műveletek tulajdonságai. A szorzatmátrix sorainak illetve oszlopainak kifejezése a szorzók sorainak illetve oszlopainak segítségével. **Elemi sorokvivalens átalakítások és a mátrixszorzás kapcsolata**. **Lineáris leképezések és a mátrixszorzás kapcsolata**. **Lineáris leképezés mátrixának meghatározása**. **Leképezések egymásutánjának mátrixa**. **Mátrixszorzás asszociativitása**. **Addíciós tételek $\sin(\alpha + \beta)$ és $\cos(\alpha + \beta)$ -ra**.

12. **Mátrix jobb- és balinverze.** Ha van bal és jobb inverz is, akkor a kettő egyenlő. **Mátrix inverze mátrix inverzének kiszámítása.** **Reguláris mátrixok,** reguláris mátrixok jellemzése a determinánssal, sorokkal, oszlopokkal illetve a RLA mátrix segítségével. **Sor-, oszlop- és determinánsrang.** Ezek viszonya és **kiszámítása.** Összeg és szorzat rangja. Lináris egyenletrendszer mátrixegyenletes alakja. A megoldhatóság és az oszlopok alterének kapcsolata. Az egyértelmű megoldhatóság feltétele $n \times n$ -es együtthatómátrix esetén.