

A számítástudomány alapjai 2022. I. félév

9. gyakorlat. Összeállította: Papp László (lazsa@cs.bme.hu)

- Adjunk meg egy bázisát az alábbi \mathbb{R}^4 -beli altereknek és határozzuk meg a dimenziójukat!
 - V_1 -et azok a vektorok alkotják, amelyeknek a második koordinátája megegyezik a 4-dikkel.
 - V_2 azokat a vektorokat tartalmazza, amelyek páros koordinátáinak összege megegyezik a páratlan koordináták összegével.
 - V_3 azokból a vektorokból áll, amelyeknek a koordinátái számtani sorozatot alkotnak.
- Döntsük el, hogy az előző feladatban megadott alterek tartalmazzák-e a $\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ illetve a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ vektort. Amennyiben igen, akkor adjuk meg az előző feladatban általunk adott bázisok szerinti koordinátavektorát a megadott vektoroknak!
- Tekintsük az $\underline{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\underline{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\underline{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ és $\underline{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}$ \mathbb{R}^3 -beli vektorokat. Határozzuk meg az alábbi alterek dimenzióját: $A = \langle \underline{u}, \underline{v}, \underline{w} \rangle$, $B = \langle \underline{u}, \underline{v}, \underline{a} \rangle$, $C = \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle$, $D = \langle \underline{u}, \underline{v}, \underline{w}, \underline{b} \rangle$ ill. $E = \langle \underline{u}, \underline{v}, \underline{b} \rangle$.
- A $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_n$ vektorokról tudjuk, hogy \underline{v}_1 benne van a többi $n-1$ vektor generált alterében, de a $\underline{v}_2, \underline{v}_3, \dots, \underline{v}_n$ vektorok közül semelyik sincs benne a többi $n-1$ vektor generált alterében. Bizonyítsuk be, hogy $\underline{v}_1 = \underline{0}$.
- Legyen \mathbb{R}^3 -ben: $\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\underline{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\underline{c} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}$, és $\underline{d} = \begin{pmatrix} 2022 \\ 10 \\ 20 \end{pmatrix}$.

Döntsük el az alábbi vektorrendszerekről, hogy bázist alkotnak-e \mathbb{R}^3 -ban és ha igen, akkor határozzuk meg a hiányzó, negyedik vektor koordinátavektorát eszerint a bázis szerint.

 - $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$
 - $\underline{a}, \underline{b}, \underline{d}$