Bevezetés a számításelméletbe II.

9. gyakorlat 2002. április 17.

Katona Gyula

1. Csoport-e?
   (a) $(\mathbb{Z}_2, \cdot)$;
   (b) $(\mathbb{Q} - \{0\}, \circ)$, ahol $x \circ y = x/y$;
   (c) $(\mathbb{R} - \{-1\}, \circ)$, ahol $x \circ y = x + y + xy$;
   (d) a sík egybevágósági trafói az *egymásután végzés* műveletre;
   (e) egy k elemű halmaz részhalmazai a következő műveletre: $X \triangle Y = (X - Y) \cup (Y - X)$;
   (f) $(\mathbb{Z}, \circ)$, ahol $k \circ m = k + m$ ha k páros és $k \circ m = k - m$ ha k páratlan;
2. Bizonyítsuk be, hogy minden csoportban $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$. Igaz-e, mindig, hogy $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$?
3. Tegyük fel, hogy G-ben e-t kivéve minden a-ra $a^2 = e$. Bizonyítsuk be, hogy G kommutatív!
4. Bizonyítsuk be, hogy ha $o(a) = k$, akkor $o(a^t) \leq k$.
5. Bizonyítsuk be, hogy $o(a) = o(b^{-1}ab)$.
6. Bizonyítsuk be, hogy egy páros rendű csoportban van 2 rendű elem!