Bevezetés a számításelméletbe

7. gyakorlat 2001. október 30.

Katona Gyula

1. Számítsuk ki:
   (a) $(2+j)^7 + (2-j)^7$
   (b) $\frac{a+bj}{a-bj}$
   (c) $\frac{(1+j)^9}{(1-j)^7}$
   (d) $(a+b)(a+b\omega)(a+b\omega^2)$ ahol $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{j\sqrt{3}}{2}$
   (e) $\sqrt{-8j}$
2. Mutassuk meg, hogy minden olyan z komplex szám, amelyre $|z| = 1$, de $z \neq -1$, megadható
$$z = \frac{1+tj}{1-tj}$$
alakban, ahol t valós szám.
3. Igazoljuk, hogy ha $z + \frac{1}{z} = 2\cos\theta$, akkor
$$z^m + \frac{1}{z^m} = 2\cos m\theta.$$
4. Hozzuk egyszerubb alakra: $(\sqrt{3} - i)^n$
5. Fejezzük ki $\cos\alpha$ és $\sin\alpha$ segítségével $\cos n\alpha$-t.
6. Adjunk zárt alakot:
   (a) $1 - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \binom{n}{6} + \ldots$
   (b) $\binom{n}{1} - \binom{n}{3} + \binom{n}{5} - \binom{n}{7} + \ldots$
7. Legyen ε egy $2n$-edik primitív egységgyök. Számítsuk ki: $1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + \ldots + \varepsilon^n$-t.
8. Határozzuk meg a 15. ill. 24. egységgyökök összegét!
9. Bizonyítsuk be, hogy ha a és b relatív prímek, akkor az összes ab-edik egységgyököt az a-adik és b-edik egységgyökök szorzataként kapjuk!