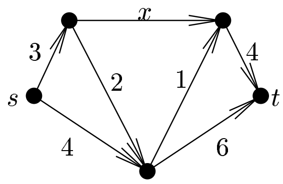
Bevezetés a számításelméletbe II.

5. gyakorlat 2002. március 20.

Katona Gyula

HF volt Bizonyítsuk be, hogy ha G reguláris, és van olyan éle amelyet elhagyva nem marad összefüggő, akkor $\chi_e(G) > \Delta(G)$!

1. Határozzuk meg x függvényében az ábrán látható gráfok által szemléltetett tevékenységhez szükséges időt. $(x \geq 0)$



2. Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyszerű, összefüggő gráfban nincs háromszög, akkor $|E(G)| \leq \alpha(G)\tau(G)$.
3. Legfeljebb hány éle lehet egy n pontú gráfnak, ha nem összefüggő?
4. Legfeljebb hány éle lehet egy n pontú gráfnak, ha nincsen benne 3 élből álló út? (3 hosszú kör lehet)
5. Egy n tagú társaságból bármely k ember között van 2 aki kezet fogott. Legalább hány kézfogás történt?
6. Legyenek $v_1, v_2, \ldots, v_n$ síkbeli vektorok, $|v_i| \geq 1$. Legalább hány párra lesz $|v_i + v_j| \geq 1$?
7. Adott a síkon n pont úgy, hogy semelyik 2 pont távolsága nem nagyobb 1-nél. Bizonyítsuk be, hogy ekkor az olyan párok száma, melyek távolsága nagyobb mint $1/\sqrt{2}$, legfeljebb $\lfloor n^2/3 \rfloor$.
8. Legyen G egy páratlan kört tartalmazó gráf és legyen $t_G(n)$ a G-t nem tartalmazó n pontú gráfok maximális élszáma. Bizonyítsuk be, hogy $t_G(n) \geq \lfloor n^2/4 \rfloor$