Bevezetés a számításelméletbe II.

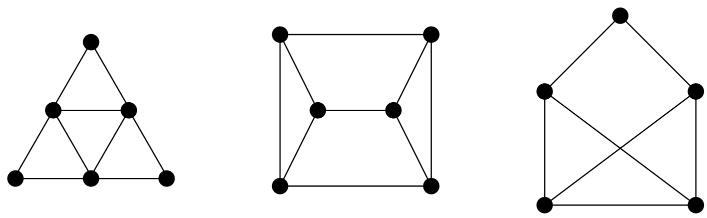
4. gyakorlat 2002. március 7.

Katona Gyula

HF volt: Legyenek a G gráf fokszámai rendre $d_1 \geq d_2 \geq d_3 \geq \dots d_n$. Bizonyítsuk be, hogy

$$\chi(G)^2 \leq 1 + d_1 + d_1 + 3d_2 + 4d_5 + 5d_9 + 6d_{14} + 7d_{20} + \dots$$

1. Bizonyítsuk be (a 4–szín tétel nélkül), hogy ha egy síkbarajzolható gráfban van Hamilton–kör, akkor tartományai 4–színnel színezhetők!
2. A síkot véges sok mindkét irányban végtelen egyenes elhelyezésével „országokra” bontjuk. Mutassuk meg, hogy ez a „térkép” 2 színnel megszínezhető!
3. Mennyi az élkromatikus száma az alábbi gráfoknak?



4. Bizonyítsuk be, hogy hurokélmentes (de párhuzamos éleket esetleg tartalmazó) gráfra $\chi_e(G) \leq 2\Delta(G) - 1$. Adjunk olyan gráfot, ahol $\chi_e(G) \leq 3\Delta(G)/2$
5. Bizonyítsuk be, hogy ha G páros gráf, akkor $\chi_e(G) = \Delta(G)$!
6. Bizonyítsuk be, hogy ha G reguláris, és van olyan éle amelyet elhagyva nem marad összefüggő, akkor $\chi_e(G) > \Delta(G)$!
7. Bizonyítsuk be közvetlenül, hogy az intervallumgráfok perfektek!
8. Legyenek G_n csúcsai az $\{1, 2, \dots, n\}$ számok, és kettőt akkor kössünk össze, ha relatív prímek.
   - a) Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G_n) = \omega(G_n)$.
   - b) Bizonyítsuk be, hogy ha n elég nagy, akkor G_n nem perfekt.