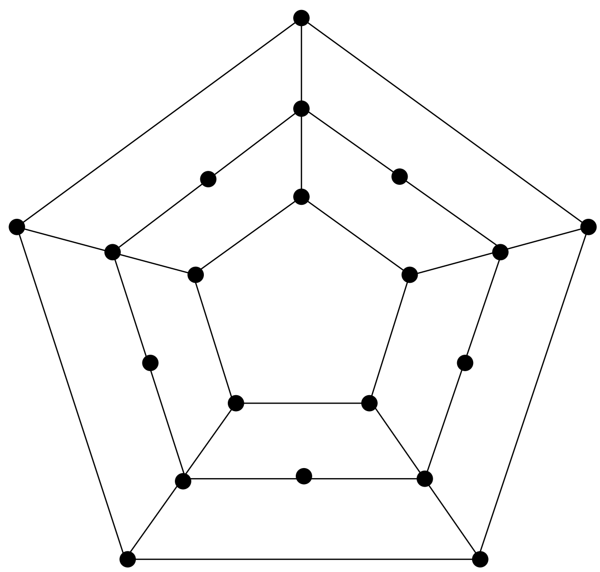
Bevezetés a számításelméletbe II.

1. gyakorlat 2002. február 14.

Katona Gyula

1. Mutassuk meg, hogy ha egy összefüggő gráf páratlan fokú pontjainak a száma $2k$, akkor a gráf élhalmaza lefedhető k darab élsorozat diszjunkt egyesítésével!
2. Igazoljuk, hogy ha egy gráf minden pontjának foka 4, akkor élei színezhetők piros és kék színekkel úgy, hogy minden él teljes hosszában egyszínű legyen és minden ponthoz két piros és két kék él illeszkedjék.
3. Fel lehet-e sorolni egy kör mentén 2^k darab 0-t ill. 1-est, hogy minden k hosszú $0-1$ sorozat pontosan egyszer álljon elő ívként?
4. Hány különböző Hamilton-kört tartalmaz az az n szögpontú gráf, amit K_n-ből kapunk egy élének elhagyásával?
5. Bizonyítsuk be, hogy ha egy n pontú egyszerű gráfnak legalább $\binom{n-1}{2}+2$ éle van, akkor van benne Hamilton–kör! Igaz-e ez $\binom{n-1}{2}+1$ él esetén is?
6. A $G_{n,k}$ gráf pontjai egy n-elemű halmaz k-elemű részhalmazainak felelnek meg. Két pont akkor van összekötve egy éllel, ha a pontoknak megfelelő két részhalmaz diszjunkt. Van-e $G_{n,k}$-nak Euler–, ill. Hamilton–köre ha
   (a) $n=6, k=3$?
   (b) $n=16, k=3$?
7. Van-e Hamilton–köre az ábrán látható gráfnak?



8. Bizonyítsuk be, hogy ha egy összefüggő G gráf K köréből bármelyik élt törölve G egy leghosszabb útját kapjuk, akkor K Hamilton–kör volt G-ban!
9. Van-e Hamilton-kör az n-dimenziós kocka élgráfjában?
10. Egy teljes gráf minden élét irányítsuk meg valamelyik irányban. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott turnamentben van irányított Hamilton-út!
11. Konstruáljunk $k\geq 3$-ra k-reguláris, páros gráfot, amelyben nincs Hamilton-kör!