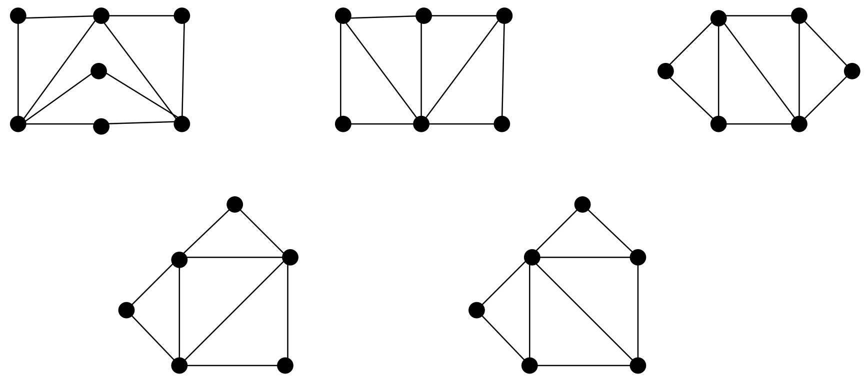
Bevezetés a számításelméletbe

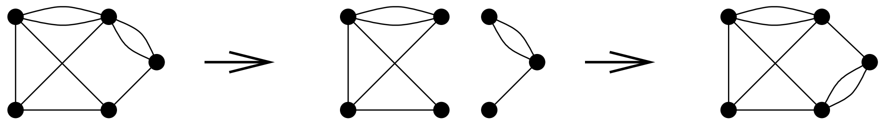
13. gyakorlat 2001. december 11.

Katona Gyula

1. Keressünk izomorf és gyengén izomorf párokat az ábra gráfjai között!



2. Tegyük fel, hogy G egy összefüggő gráf, x és y két nem elvágó pontja, de $G - \{x, y\}$ két komponensre esik szét. Ragasszuk újra össze ezt a két komponenst, de előtte az egyiket fordítsuk át (lsd. ábra). Mutassuk meg, hogy az új gráf gyengén izomorf a régivel!



3. G síkbarajzolható és van Euler–köre. Bizonyítsuk be, hogy G^* páros gráf!

4. Két síkbarajzolható gráf egymás duálisa, az egyik lerajzolásakor minden tartomány négyszög, a másikon pedig mindegyik háromszög. Hány pontjuk és élük van?

5. Legyen G egy olyan egyszerű síkbarajzolható gráf, amelybe már nem húzható be több él élkereszteződés nélkül. Bizonyítsuk be, hogy a duálisa G^* 2-szeresen élösszefüggő és 3-reguláris!

6. Legyen A egy egyszerű irányítatlan gráf szomszédossági mátrixa. Bizonyítsuk be, hogy akkor és csak akkor igaz, hogy A bármely két sorának a skaláris szorzata legfeljebb egy, ha a gráf nem tartalmaz 4 hosszúságú kört!

7. Adjunk példát hurokél–mentes összefüggő irányítatlan gráfra, melynek illeszkedési mátrixa a valós test felett $(n-1)$-nél nagyobb rangú!

8. Bizonyítsuk be, hogy az előző feladat tulajdonságával egy gráf akkor és csak akkor rendelkezik, ha nem páros!