Bevezetés a számításelméletbe

11. gyakorlat 2001. november 27.

Katona Gyula

1. Van-e olyan egyszerű gráf, melyben a pontok foka rendre
   a) 1,2,2,3,3,3
   b) 1,1,2,2,3,4,4
   c) 5,5,5,6,6,6,7,7,7
   d) 2,2,3,3,6,6,6,6
2. Hány egymással nem izomorf 60 pontú és 1768 élű egyszerű gráf létezik?
3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy egyszerű gráfban minden pont foka legalább 3, akkor van benne páros hosszúságú kör.
4. Bizonyítsd be, hogy összefüggő gráfból mindig elhagyható egy pont (a belőle induló élekkel együtt) úgy, hogy összefüggő gráf maradjon?
5. Mutasd meg, hogy ha egy $2n$ pontú gráf minden pontjának foka legalább n, akkor a gráf összefüggő!
6. Igazold, hogy bármely legalább öt pontú gráfban, vagy a komplementerében van kör!
7. Bizonyítsuk be, hogy minden fában van olyan pont, amit az összes leghosszabb út tartalmaz!
8. Mely fa Prüfer-kódja a 447741 sorozat?
9. Egy F fa Prüfer-kódja csupa különböző számokból áll. Hogyan jellemezhetjük F-et?
10. Egy 8 fiúból és 5 lányból álló társaságból hányféleképp választhatunk ki 6 főt úgy, hogy legalább 2 lány legyen köztük?
11. Egy gyereknek 10 lufit akarsz venni, van piros, kék és zöld. Hányféleképp válogathatsz?
12. Egy $n \times n$-es sakktábla bal felső sarkából kell egy királyt a jobb alsó sarokba eljuttatni úgy, hogy csak lefelé és jobbra szabad lépni. Hány különböző úton mehet a király?
13. Bizonyítsuk be, hogy az $1, 2, \ldots, 2n$ számok közül akárhogy is választunk ki $n+1$-et, lesz közöttük kettő, hogy az egyik osztja a másikat.
14. Hányféleképpen lehet n db forintos érmét k ember között szétosztani úgy, hogy mindenki kapjon legalább egy forintot?