

Adatbázisok elmélete 7. előadás

Katona Gyula Y.

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Számítástudományi Tsz.

I. B. 137/b

`kiskat@cs.bme.hu`

`http://www.cs.bme.hu/~kiskat`

2004

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL**

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve),

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve), *könnyebben emészthető, logikai alapú*

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve), *könnyebben emészthető, logikai alapú*
- oszlopkalkulus (**QBE, SQL**) nagyon hasonló

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve), *könnyebben emészthető, logikai alapú*
- oszlopkalkulus (**QBE, SQL**) nagyon hasonló

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Formális modell, de már hasonlít az igazihoz.

Elsőrendű nyelv relációk kifejezésére.

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve), *könnyebben emészthető, logikai alapú*
- oszlopalkulus (**QBE, SQL**) nagyon hasonló

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Formális modell, de már hasonlít az igazihoz.

Elsőrendű nyelv relációk kifejezésére.

Változók: t, r, s sorváltozók, a reláció sorainak felel meg

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve), *könnyebben emészthető, logikai alapú*
- oszlopalkulus (**QBE, SQL**) nagyon hasonló

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Formális modell, de már hasonlít az igazihoz.

Elsőrendű nyelv relációk kifejezésére.

Változók: t, r, s sorváltozók, a reláció sorainak felel meg

$t^{(k)}$: k oszlopos reláció sorainak felel meg

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve), *könnyebben emészthető, logikai alapú*
- oszlopkalkulus (**QBE, SQL**) nagyon hasonló

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Formális modell, de már hasonlít az igazihoz.

Elsőrendű nyelv relációk kifejezésére.

Változók: t, r, s sorváltozók, a reláció sorainak felel meg

$t^{(k)}$: k oszlopos reláció sorainak felel meg

$t^{(k)}[i]$: A t sorváltozó i -edik komponense.

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Lekérdezőnyelvek típusai:

- relációs algebra (**LEAP**, letölthető, SIGMOD-ról link), **ISBL** *nehezen emészthetőbb, algebrai alapú; ez volt: láttuk, hogy relációs algebrával jól meg lehet adni relációkat*
- sorkalkulus (**SQL egy kicsit, QUEL**, INGRES nyelve), *könnyebben emészthető, logikai alapú*
- oszlopkalkulus (**QBE, SQL**) nagyon hasonló

Sorkalkulus (Tuple calculus)

Formális modell, de már hasonlít az igazihoz.

Elsőrendű nyelv relációk kifejezésére.

Változók: t, r, s sorváltozók, a reláció sorainak felel meg

$t^{(k)}$: k oszlopos reláció sorainak felel meg

$t^{(k)}[i]$: A t sorváltozó i -edik komponense.

Pl. egy sor \Rightarrow (R. M., Budapest, hamburger, 180), akkor
 $t^{(4)}[3] = \text{'hamburger'}$ és $t^{(4)}[4] = 180$

Sorkalkulus

Cél: sorkalkulussal relációkat megadni, úgy, mint relációs algebrával

Sorkalkulus

Cél: sorkalkulussal relációkat megadni, úgy, mint relációs algebrával

A sorkalkulus által kifejezett reláció:

$$\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$$

\Rightarrow a kifejezett reláció azon t -kből áll, amikre $\phi(t)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula + valami még.

Sorkalkulus

Cél: sorkalkulussal relációkat megadni, úgy, mint relációs algebrával

A sorkalkulus által kifejezett reláció:

$$\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$$

\Rightarrow a kifejezett reláció azon t -kből áll, amikre $\phi(t)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula + valami még.

Megengedett formulák (amik a $\phi(t)$ helyén állhatnak):

atomok :

- $R^{(k)}(t^{(k)})$: (ahol R alapreláció), akkor igaz, ha $t \in R$, azaz a sor benne van a relációban.

Sorkalkulus

Cél: sorkalkulussal relációkat megadni, úgy, mint relációs algebrával

A sorkalkulus által kifejezett reláció:

$$\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$$

\Rightarrow a kifejezett reláció azon t -kből áll, amikre $\phi(t)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula + valami még.

Megengedett formulák (amik a $\phi(t)$ helyén állhatnak):

atomok :

- $R^{(k)}(t^{(k)})$: (ahol R alapreláció), akkor igaz, ha $t \in R$, azaz a sor benne van a relációban.
- $\star t^{(k)}[i] \theta s^{(l)}[j]$

Sorkalkulus

Cél: sorkalkulussal relációkat megadni, úgy, mint relációs algebrával

A sorkalkulus által kifejezett reláció:

$$\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$$

\Rightarrow a kifejezett reláció azon t -kből áll, amikre $\phi(t)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula + valami még.

Megengedett formulák (amik a $\phi(t)$ helyén állhatnak):

atomok :

- $R^{(k)}(t^{(k)})$: (ahol R alapreláció), akkor igaz, ha $t \in R$, azaz a sor benne van a relációban.
- ★ $t^{(k)}[i] \theta s^{(l)}[j]$
- ★ $t^{(k)}[i] \theta c$

Sorkalkulus

Cél: sorkalkulussal relációkat megadni, úgy, mint relációs algebrával

A sorkalkulus által kifejezett reláció:

$$\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$$

\Rightarrow a kifejezett reláció azon t -kből áll, amikre $\phi(t)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula + valami még.

Megengedett formulák (amik a $\phi(t)$ helyén állhatnak):

atomok :

- $R^{(k)}(t^{(k)})$: (ahol R alapreláció), akkor igaz, ha $t \in R$, azaz a sor benne van a relációban.
- ★ $t^{(k)}[i] \theta s^{(l)}[j]$
 - ★ $t^{(k)}[i] \theta c$
 - ★ $c \theta t^{(k)}[i]$

Sorkalkulus

Cél: sorkalkulussal relációkat megadni, úgy, mint relációs algebrával

A sorkalkulus által kifejezett reláció:

$$\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$$

\Rightarrow a kifejezett reláció azon t -kből áll, amikre $\phi(t)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula + valami még.

Megengedett formulák (amik a $\phi(t)$ helyén állhatnak):

atomok :

- $R^{(k)}(t^{(k)})$: (ahol R alapreláció), akkor igaz, ha $t \in R$, azaz a sor benne van a relációban.
- ★ $t^{(k)}[i] \theta s^{(l)}[j]$
- ★ $t^{(k)}[i] \theta c$
- ★ $c \theta t^{(k)}[i]$

ahol $\theta \in \{<, >, =, \neq, \leq, \geq\}$, t, s sorváltozók, c konstans érték.

Világos, mikor igaz.

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.
- ϕ formula, s sorváltozó, akkor $\forall s\phi, \exists s\phi$ is formula.
Világos, hogy mikor igaz.

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.
- ϕ formula, s sorváltozó, akkor $\forall s\phi, \exists s\phi$ is formula.
Világos, hogy mikor igaz.

Kötött változó: ha vonatkozik rá kvantor,

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.
- ϕ formula, s sorváltozó, akkor $\forall s\phi, \exists s\phi$ is formula.
Világos, hogy mikor igaz.

Kötött változó: ha vonatkozik rá kvantor,

Szabad változó: ha nem,

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.
- ϕ formula, s sorváltozó, akkor $\forall s\phi, \exists s\phi$ is formula.
Világos, hogy mikor igaz.

Kötött változó: ha vonatkozik rá kvantor,

Szabad változó: ha nem,

Sorkalkulus által kifejezett reláció (pontosan) :

$$\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$$

\Rightarrow a kifejezett reláció azon k hosszú t vektorokból áll, amikre $\phi(t)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula és ϕ -ben t *az egyetlen szabad* változó.

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:

$\sigma_{\text{DÁTUM} > '2004-01-01'} (\text{BEVÉTEL})$

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:

$$\sigma_{\text{DÁTUM} > '2004-01-01'} (\text{BEVÉTEL})$$
$$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$$

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:

$$\sigma_{\text{DÁTUM} > '2004-01-01'} (\text{BEVÉTEL})$$

$$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$$

Az 2004. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg:

$$\pi_{\text{ÖSSZEG, BEFIZ}} (\sigma_{\text{DÁTUM}='2004-01-15'} (\text{BEVÉTEL}) \bowtie \text{BEFIZ})$$

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:

$$\sigma_{\text{DÁTUM} > '2004-01-01'} (\text{BEVÉTEL})$$

$$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$$

Az 2004. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg:

$$\pi_{\text{ÖSSZEG, BEFIZ}} (\sigma_{\text{DÁTUM}='2004-01-15'} (\text{BEVÉTEL}) \bowtie \text{BEFIZ})$$

$$\{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u) \wedge \exists v (\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[1] = 2004-01-15 \wedge v[2] = u[1])\}$$

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:

$$\sigma_{\text{DÁTUM} > '2004-01-01'} (\text{BEVÉTEL}) \\ \{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$$

Az 2004. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg:

$$\pi_{\text{ÖSSZEG, BEFIZ}} (\sigma_{\text{DÁTUM}='2004-01-15'} (\text{BEVÉTEL}) \bowtie \text{BEFIZ}) \\ \{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u) \wedge \exists v (\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[1] = 2004-01-15 \wedge v[2] = u[1])\}$$

Hány darabot adtak el 2004. jan. 15-én az A123 kódú áruból, mi a neve és az ára?

$$\pi_{\text{DB, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR}} (\sigma_{\text{ÁRUKÓD}='A123' \wedge \text{DÁTUM}='2004-01-15'} (\text{MENNYISÉG} \bowtie \text{ÁRU}))$$

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:

$$\sigma_{\text{DÁTUM} > '2004-01-01'} (\text{BEVÉTEL}) \\ \{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$$

Az 2004. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg:

$$\pi_{\text{ÖSSZEG, BEFIZ}} (\sigma_{\text{DÁTUM} = '2004-01-15'} (\text{BEVÉTEL}) \bowtie \text{BEFIZ}) \\ \{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u) \wedge \exists v (\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[1] = 2004-01-15 \wedge v[2] = u[1])\}$$

Hány darabot adtak el 2004. jan. 15-én az A123 kódú áruból, mi a neve és az ára?

$$\pi_{\text{DB, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR}} (\sigma_{\text{ÁRUKÓD} = 'A123' \wedge \text{DÁTUM} = '2004-01-15'} (\text{MENNYISÉG} \bowtie \text{ÁRU}))$$

$$\{s^{(3)} \mid \exists u \exists v (\text{MENNYISÉG}(u) \wedge \text{ÁRU}(v) \wedge u[1] = 2004-01-15 \wedge u[2] = 'A123' \wedge \\ v[1] = 'A123' \wedge s[1] = u[3] \wedge s[2] = v[2] \wedge s[3] = v[3])\}$$

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Mely nevű áruk azok, amelyekkel van azonos egységárú másik áru?

Példák sorkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Mely nevű áruk azok, amelyekkel van azonos egységárú másik áru?

$$\{s^{(1)} \mid \exists u \exists v (\text{ÁRU}(v) \wedge \text{ÁRU}(u) \wedge s[1] = v[2] \wedge v[3] = u[3] \wedge \neg(v[1] = u[1]))\}$$

Sorkalkulus ereje

Mivel lehet több mindent kifejezni?

Relációs algebrával, vagy sorkalkulussal?

Tétel. *A sorkalkulus relációsan teljes.*

Bizonyítás: Be kell látni, hogy minden reláció, ami relációs algebrával megadható, megadható sorkalkulussal is. Ehhez azt elég megmutatni, hogy

Sorkalkulus ereje

Mivel lehet több mindent kifejezni?

Relációs algebrával, vagy sorkalkulussal?

Tétel. *A sorkalkulus relációsan teljes.*

Bizonyítás: Be kell látni, hogy minden reláció, ami relációs algebrával megadható, megadható sorkalkulussal is. Ehhez azt elég megmutatni, hogy

1. az alaprelációk megadhatók

Sorkalkulus ereje

Mivel lehet több mindent kifejezni?

Relációs algebrával, vagy sorkalkulussal?

Tétel. *A sorkalkulus relációsan teljes.*

Bizonyítás: Be kell látni, hogy minden reláció, ami relációs algebrával megadható, megadható sorkalkulussal is. Ehhez azt elég megmutatni, hogy

1. az alaprelációk megadhatók
2. a relációs algebrai alpműveletek (unió, különbség, szorzat, vetítés, szelekció) alaprelációkra alkalmazva megvalósíthatók

Sorkalkulus ereje

Mivel lehet több mindent kifejezni?

Relációs algebrával, vagy sorkalkulussal?

Tétel. *A sorkalkulus relációsan teljes.*

Bizonyítás: Be kell látni, hogy minden reláció, ami relációs algebrával megadható, megadható sorkalkulussal is. Ehhez azt elég megmutatni, hogy

1. az alaprelációk megadhatók
2. a relációs algebrai alapműveletek (unió, különbség, szorzat, vetítés, szelekció) alaprelációkra alkalmazva megvalósíthatók
3. ha R és S nem alapreláció és ezekre alkalmazunk valami relációs alapműveletet, akkor az eredmény kifejezhető sorkalkulussal

Bizonyítás

- **alapreláció:** Tegyük fel, hogy R k oszlopos alapreláció
 $R = \{t^{(k)} \mid R(t)\}$

Bizonyítás

- **alapreláció:** Tegyük fel, hogy R k oszlopos alapreláció
 $R = \{t^{(k)} \mid R(t)\}$
- **Unió:** Tfh. S is k oszlopos
 $R \cup S = \{t^{(k)} \mid R(t) \vee S(t)\}$

Bizonyítás

- **alapreláció:** Tegyük fel, hogy R k oszlopos alapreláció
 $R = \{t^{(k)} \mid R(t)\}$
- **Unió:** *Tfh. S is k oszlopos*
 $R \cup S = \{t^{(k)} \mid R(t) \vee S(t)\}$
- **különbség:**
 $R \setminus S = \{t^{(k)} \mid R(t) \wedge \neg S(t)\}$

Bizonyítás

- **alapreláció:** Tegyük fel, hogy R k oszlopos alapreláció
 $R = \{t^{(k)} \mid R(t)\}$
- **Unió:** *Tfh. S is k oszlopos*
 $R \cup S = \{t^{(k)} \mid R(t) \vee S(t)\}$
- **különbség:**
 $R \setminus S = \{t^{(k)} \mid R(t) \wedge \neg S(t)\}$
- **metszet:**
 $R \cap S = \{t^{(k)} \mid R(t) \wedge S(t)\}$

Bizonyítás

- **alapreláció:** Tegyük fel, hogy R k oszlopos alapreláció
 $R = \{t^{(k)} \mid R(t)\}$
- **Unió:** Tfh. S is k oszlopos
 $R \cup S = \{t^{(k)} \mid R(t) \vee S(t)\}$
- **különbség:**
 $R \setminus S = \{t^{(k)} \mid R(t) \wedge \neg S(t)\}$
- **metszet:**
 $R \cap S = \{t^{(k)} \mid R(t) \wedge S(t)\}$
- **szorzat:** R legyen k oszlopos, S pedig l oszlopos

$$R \times S = \{t^{(k+l)} \mid \exists r^{(k)} \exists s^{(l)} (R(r) \wedge S(s) \wedge r[1] = t[1] \wedge \dots$$

$$\wedge r[k] = t[k] \wedge s[1] = t[k+1] \wedge \dots \wedge s[l] = t[k+l])\}$$

Bizonyítás

- **alapreláció:** Tegyük fel, hogy R k oszlopos alapreláció
 $R = \{t^{(k)} \mid R(t)\}$
- **Unió:** Tfh. S is k oszlopos
 $R \cup S = \{t^{(k)} \mid R(t) \vee S(t)\}$
- **különbség:**
 $R \setminus S = \{t^{(k)} \mid R(t) \wedge \neg S(t)\}$
- **metszet:**
 $R \cap S = \{t^{(k)} \mid R(t) \wedge S(t)\}$
- **szorzat:** R legyen k oszlopos, S pedig l oszlopos

$$R \times S = \{t^{(k+l)} \mid \exists r^{(k)} \exists s^{(l)} (R(r) \wedge S(s) \wedge r[1] = t[1] \wedge \dots$$

$$\wedge r[k] = t[k] \wedge s[1] = t[k+1] \wedge \dots \wedge s[l] = t[k+l])\}$$

- **vetület:** Legyen $R(A_1, \dots, A_d, A_{d+1}, \dots, A_k)$ reláció, vetítsük az első d -re
 $\pi_{A_1, \dots, A_d}(R) = \{t^{(d)} \mid \exists r^{(k)} (R(r) \wedge r[1] = t[1] \wedge \dots \wedge r[d] = t[d])\}$

- **kiválasztás:**

$\sigma_F(\mathbf{R}) = \{t^{(k)} \mid \mathbf{R}(t) \wedge F'\}$, ahol F' átfordítása sorkalkulusra \implies az i -edik attribútum helyett $t^{(n)}[i]$ -t írunk.

Pl. (evidenciával történő meggyőzés)

$\sigma_{\text{ÁR} > '150' \wedge \text{TERMÉK} = \text{'hamburger'}}(\text{TERMEL}) =$

$\{t^{(4)} \mid \text{TERMEL}(t) \wedge t[4] > '150' \wedge t[3] = \text{'hamburger'}\}$

- **kiválasztás:**

$\sigma_F(\mathbf{R}) = \{t^{(k)} \mid \mathbf{R}(t) \wedge F'\}$, ahol F' átfordítása sorkalkulusra \implies az i -edik attribútum helyett $t^{(n)}[i]$ -t írunk.

Pl. (evidenciával történő meggyőzés)

$\sigma_{\text{ÁR} > '150' \wedge \text{TERMÉK} = \text{'hamburger'}}(\text{TERMEL}) =$

$\{t^{(4)} \mid \text{TERMEL}(t) \wedge t[4] > '150' \wedge t[3] = \text{'hamburger'}\}$

- **Nem lényeges, hogy \mathbf{R}, \mathbf{S} alaprelációk.**

Ha $\mathbf{R} = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ és $\mathbf{S} = \{t^{(k)} \mid \psi(t)\}$, azaz \mathbf{R} és \mathbf{S} már valahogy ki van fejezve sorkalkulussal

$$\implies \mathbf{R} \cup \mathbf{S} = \{t^{(k)} \mid \phi(t) \vee \psi(t)\}$$

többinél ugyanígy ($\mathbf{R}(t)$ és $\mathbf{S}(t)$ helyett $\phi(t)$ -t és $\psi(t)$ -t írunk). ✓

Megfordítás

Ki lehet-e fejezni mindet relációs algebrával, amit sorkalkulussal lehet?

Megfordítás

Ki lehet-e fejezni mindet relációs algebrával, amit sorkalkulussal lehet?

Nem!

Megfordítás

Ki lehet-e fejezni mindet relációs algebrával, amit sorkalkulussal lehet?

Nem!

Pl. Ha R egy k változós alapreláció $\Rightarrow \{t^{(k)} \mid \neg R(t)\}$ nem fejezhető ki algebrával.

Megfordítás

Ki lehet-e fejezni mindet relációs algebrával, amit sorkalkulussal lehet?

Nem!

Pl. Ha R egy k változós alapreláció $\Rightarrow \{t^{(k)} \mid \neg R(t)\}$ nem fejezhető ki algebrával.

Bizonyítás: Relációs algebrában minden reláció véges, *ha az alaprelációk végesek*. Ez viszont lehet végtelen, ha az egyik értékészlet végtelen. ✓

Megfordítás

Ki lehet-e fejezni mindet relációs algebrával, amit sorkalkulussal lehet?

Nem!

Pl. Ha R egy k változós alapreláció $\Rightarrow \{t^{(k)} \mid \neg R(t)\}$ nem fejezhető ki algebrával.

Bizonyítás: Relációs algebrában minden reláció véges, *ha az alaprelációk végesek*. Ez viszont lehet végtelen, ha az egyik értékészlet végtelen. ✓

Alkalmazásokban, bár elvileg \forall véges, gyakorlatban azért nagy-nagy véges sem jó. Így ilyen baj tényleg előfordulhat.

Megfordítás

Ki lehet-e fejezni mindet relációs algebrával, amit sorkalkulussal lehet?

Nem!

Pl. Ha R egy k változós alapreláció $\Rightarrow \{t^{(k)} \mid \neg R(t)\}$ nem fejezhető ki algebrával.

Bizonyítás: Relációs algebrában minden reláció véges, *ha az alaprelációk végesek*. Ez viszont lehet végtelen, ha az egyik értékkészlet végtelen. ✓

Alkalmazásokban, bár elvileg \forall véges, gyakorlatban azért nagy-nagy véges sem jó. Így ilyen baj tényleg előfordulhat.

Sőt részeredményekben sem lehet ilyen \Rightarrow túl sok munka.

Megoldás:

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \Rightarrow csak **biztonságos formulákat** (safe expression):

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \Rightarrow csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
amit valaki már egyszer korábban beírt

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \Rightarrow csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
amit valaki már egyszer korábban beírt \Rightarrow
leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \Rightarrow csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
amit valaki már egyszer korábban beírt \Rightarrow

leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi\text{-beli alaprelációk } \forall \text{ attribútumának, } \forall \text{ értéke}\} \cup \{\phi\text{-beli konstansok}\}$

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \implies csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
amit valaki már egyszer korábban beírt \implies

leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi\text{-beli alaprelációk } \forall \text{ attribútumának, } \forall \text{ értéke}\} \cup \{\phi\text{-beli konstansok}\}$

PI. SZEMÉLY(NÉV, CÍM) alapreláció

$\phi(t) = \text{SZEMÉLY}(t) \wedge t[2] = \text{'Tokyo'}$

$\implies Dom(\phi) = \pi_{\text{NÉV}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \pi_{\text{CÍM}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \{\text{'Tokyo'}\}$

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \implies csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
amit valaki már egyszer korábban beírt \implies

leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi\text{-beli alaprelációk } \forall \text{ attribútumának, } \forall \text{ értéke}\} \cup \{\phi\text{-beli konstansok}\}$

PI. SZEMÉLY(NÉV, CÍM) alapreláció

$\phi(t) = \text{SZEMÉLY}(t) \wedge t[2] = \text{'Tokyo'}$

$\implies Dom(\phi) = \pi_{\text{NÉV}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \pi_{\text{CÍM}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \{\text{'Tokyo'}\}$

Definíció. Egy $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ **reláció biztonságos**, ha

i) Minden $\phi(t)$ -t kielégítő t minden komponense $\in Dom(\phi)$

(Ha t kielégíti $\phi(t)$ -t, akkor minden komponense $Dom(\phi)$ -beli)

(Ez korlátozza keresést! A végeredménybe csak $Dom(\phi)$ -ből lehet kerülni.)

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \implies csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
 kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
 amit valaki már egyszer korábban beírt \implies
leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi\text{-beli alaprelációk } \forall \text{ attribútumának, } \forall \text{ értéke}\} \cup \{\phi\text{-beli konstansok}\}$

PI. SZEMÉLY(NÉV, CÍM) alapreláció

$\phi(t) = \text{SZEMÉLY}(t) \wedge t[2] = \text{'Tokyo'}$

$\implies Dom(\phi) = \pi_{\text{NÉV}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \pi_{\text{CÍM}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \{\text{'Tokyo'}\}$

Definíció. Egy $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ **reláció biztonságos**, ha

i) Minden $\phi(t)$ -t kielégítő t minden komponense $\in Dom(\phi)$

(Ha t kielégíti $\phi(t)$ -t, akkor minden komponense $Dom(\phi)$ -beli)

(Ez korlátozza keresést! A végeredménybe csak $Dom(\phi)$ -ből lehet kerülni.)

ii) ϕ minden $\exists u \psi(u)$ alakú részformulájára igaz, hogy ha u kielégíti ψ -t a ψ -beli szabad változók valamely értékeire, akkor u minden komponense $\in Dom(\psi)$

(részformula is biztonságos: $\exists u \psi(u)$ igazsága eldönthető $Dom(\psi)$ végignézésével)

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \implies csak **biztonságos formulákat** (safe expression): kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá, amit valaki már egyszer korábban beírt \implies

leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi\text{-beli alaprelációk } \forall \text{ attribútumának, } \forall \text{ értéke}\} \cup \{\phi\text{-beli konstansok}\}$

PI. SZEMÉLY(NÉV, CÍM) alapreláció

$\phi(t) = \text{SZEMÉLY}(t) \wedge t[2] = \text{'Tokyo'}$

$\implies Dom(\phi) = \pi_{\text{NÉV}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \pi_{\text{CÍM}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \{\text{'Tokyo'}\}$

Definíció. Egy $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ **reláció biztonságos**, ha

i) Minden $\phi(t)$ -t kielégítő t minden komponense $\in Dom(\phi)$

(Ha t kielégíti $\phi(t)$ -t, akkor minden komponense $Dom(\phi)$ -beli)

(Ez korlátozza keresést! A végeredménybe csak $Dom(\phi)$ -ből lehet kerülni.)

ii) ϕ minden $\exists u \psi(u)$ alakú részformulájára igaz, hogy ha u kielégíti ψ -t a ψ -beli szabad változók valamely értékeire, akkor u minden komponense $\in Dom(\psi)$

(részformula is biztonságos: $\exists u \psi(u)$ igazsága eldönthető $Dom(\psi)$ végignézésével)

Megj.: A $\forall u \psi(u)$ alakúakra nem kell, mert ez ugyanaz, mint $\neg \exists u (\neg \psi(u))$ és így elég (ii)-t ellenőrizni a $\exists u (\neg \psi(u))$ részformulára.

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \implies csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
 kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
 amit valaki már egyszer korábban beírt \implies
leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi\text{-beli alaprelációk } \forall \text{ attribútumának, } \forall \text{ értéke}\} \cup \{\phi\text{-beli konstansok}\}$

PI. SZEMÉLY(NÉV, CÍM) alapreláció

$\phi(t) = \text{SZEMÉLY}(t) \wedge t[2] = \text{'Tokyo'}$

$\implies Dom(\phi) = \pi_{\text{NÉV}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \pi_{\text{CÍM}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \{\text{'Tokyo'}\}$

Definíció. Egy $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ **reláció biztonságos**, ha

i) Minden $\phi(t)$ -t kielégítő t minden komponense $\in Dom(\phi)$

(Ha t kielégíti $\phi(t)$ -t, akkor minden komponense $Dom(\phi)$ -beli)

(Ez korlátozza keresést! A végeredménybe csak $Dom(\phi)$ -ből lehet kerülni.)

ii) ϕ minden $\exists u \psi(u)$ alakú részformulájára igaz, hogy ha u kielégíti ψ -t a ψ -beli szabad változók valamely értékeire, akkor u minden komponense $\in Dom(\psi)$

(részformula is biztonságos: $\exists u \psi(u)$ igazsága eldönthető $Dom(\psi)$ végignézésével)

Megj.: A $\forall u \psi(u)$ alakúakra nem kell, mert ez ugyanaz, mint $\neg \exists u (\neg \psi(u))$ és így elég (ii)-t ellenőrizni a $\exists u (\neg \psi(u))$ részformulára.

Nem az a kérdés, hogy pontosan mik a biztonságos formulák, hanem:

Megoldás: Nem használunk ilyesmit \implies csak **biztonságos formulákat** (safe expression):
 kiértékelhető úgy, hogy ne kelljen túl nagy halmazt végignézni, csak annyi infó kell hozzá,
 amit valaki már egyszer korábban beírt \implies
leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi\text{-beli alaprelációk } \forall \text{ attribútumának, } \forall \text{ értéke}\} \cup \{\phi\text{-beli konstansok}\}$

PI. SZEMÉLY(NÉV, CÍM) alapreláció

$\phi(t) = \text{SZEMÉLY}(t) \wedge t[2] = \text{'Tokyo'}$

$\implies Dom(\phi) = \pi_{\text{NÉV}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \pi_{\text{CÍM}}(\text{SZEMÉLY}) \cup \{\text{'Tokyo'}\}$

Definíció. Egy $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ **reláció biztonságos**, ha

i) Minden $\phi(t)$ -t kielégítő t minden komponense $\in Dom(\phi)$

(Ha t kielégíti $\phi(t)$ -t, akkor minden komponense $Dom(\phi)$ -beli)

(Ez korlátozza keresést! A végeredménybe csak $Dom(\phi)$ -ből lehet kerülni.)

ii) ϕ minden $\exists u \psi(u)$ alakú részformulájára igaz, hogy ha u kielégíti ψ -t a ψ -beli szabad változók valamely értékeire, akkor u minden komponense $\in Dom(\psi)$

(részformula is biztonságos: $\exists u \psi(u)$ igazsága eldönthető $Dom(\psi)$ végignézésével)

Megj.: A $\forall u \psi(u)$ alakúakra nem kell, mert ez ugyanaz, mint $\neg \exists u (\neg \psi(u))$ és így elég (ii)-t ellenőrizni a $\exists u (\neg \psi(u))$ részformulára.

Nem az a kérdés, hogy pontosan mik a biztonságos formulák, hanem:

Hogyan tudunk biztonságos formulákat, kifejezéseket írni?

Csak ilyeneket szeretnénk használni.

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció sorkalkulusban, akkor $R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával.

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció sorkalkulusban, akkor $R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával. **Biz. ϕ felépítése szerinti indukcióval.**

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció sorkalkulusban, akkor

$R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával. **Biz. ϕ felépítése szerinti indukcióval.**

Ha R biztonságos, akkor $R = R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ ✓

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció sorkalkulusban, akkor $R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával. **Biz. ϕ felépítése szerinti indukcióval.**
 Ha R biztonságos, akkor $R = R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ ✓

Tétel. *A relációs algebra és a biztonságos sorkalkulus ekvivalensek.*

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció sorkalkulusban, akkor $R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával. **Biz. ϕ felépítése szerinti indukcióval.**
 Ha R biztonságos, akkor $R = R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ ✓

Tétel. *A relációs algebra és a biztonságos sorkalkulus ekvivalensek.*

Bizonyítás: *Volt:* relációs algebrai kifejezésből lehet sorkalkulust csinálni, illetve biztonságos sorkalkulusból relációs algebrát.

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció sorkalkulusban, akkor $R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával. **Biz. ϕ felépítése szerinti indukcióval.**
 Ha R biztonságos, akkor $R = R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ ✓

Tétel. *A relációs algebra és a biztonságos sorkalkulus ekvivalensek.*

Bizonyítás: **Volt:** relációs algebrai kifejezésből lehet sorkalkulust csinálni, illetve biztonságos sorkalkulusból relációs algebrát.

Kell még: a relációs alg. átírása sorkalkulusra biztonságos.

Biztonságos formulák

Tipikus technikák a biztonságosság elérésére:

- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos (mert szűkítés R -re, így (i) teljesül)
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
 $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$
- $\exists u (R(u) \wedge \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (az R -re való szűkítés miatt (ii) teljesül)
- $\forall u (\neg R(u) \vee \dots)$ ha itt a hátrább levő részek biztonságosak (mert ez átírva $\neg \exists u (R(u) \wedge \dots)$)

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció sorkalkulusban, akkor $R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával. **Biz. ϕ felépítése szerinti indukcióval.**
 Ha R biztonságos, akkor $R = R \cap \text{Dom}(\phi)^k$ ✓

Tétel. *A relációs algebra és a biztonságos sorkalkulus ekvivalensek.*

Bizonyítás: **Volt:** relációs algebrai kifejezésből lehet sorkalkulust csinálni, illetve biztonságos sorkalkulusból relációs algebrát.

Kell még: a relációs alg. átírása sorkalkulusra biztonságos.

De az meg az volt, ahogy csináltuk. ✓

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \\ \forall v^{(2)} (\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2])) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1])\}$$

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)} \left(\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2] \right) \right) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1]) \right\}$$

Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos, mert (ii) nem oké, bár (i) az. Az a baj, hogy a végén van egy felesleges dolog.

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)} (\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2])) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1])\}$$

Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos, mert (ii) nem oké, bár (i) az. Az a baj, hogy a végén van egy felesleges dolog.

Bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \forall v^{(2)} (\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2]))\}$$

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)} (\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2])) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1])\}$$

Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos, mert (ii) nem oké, bár (i) az. Az a baj, hogy a végén van egy felesleges dolog.

Bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \forall v^{(2)} (\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2]))\}$$

Másik bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \neg \exists v^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[2] > u[2]))\}$$

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)} (\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2])) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1])\}$$

Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos, mert (ii) nem oké, bár (i) az. Az a baj, hogy a végén van egy felesleges dolog.

Bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \forall v^{(2)} (\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2]))\}$$

Másik bizt.:

$$\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \neg \exists v^{(2)} (\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[2] > u[2]))\}$$

- Mely árukból adtak el 100-nál többet egy napon?

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)} \left(\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2] \right) \right) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1]) \right\}$$

Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos, mert (ii) nem oké, bár (i) az. Az a baj, hogy a végén van egy felesleges dolog.

Bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \forall v^{(2)} \left(\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2] \right) \right) \right\}$$

Másik bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \neg \exists v^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[2] > u[2] \right) \right) \right\}$$

- Mely árukból adtak el 100-nál többet egy napon?

Nem bizt.:

$$\left\{ t^{(3)} \mid \text{ÁRU}(t) \wedge \exists v^{(3)} \left((v[2] = t[1] \wedge v[3] > 100) \vee \text{MENNYISÉG}(v) \right) \right\}$$

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)} \left(\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2] \right) \right) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1]) \right\}$$

Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos, mert (ii) nem oké, bár (i) az. Az a baj, hogy a végén van egy felesleges dolog.

Bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \forall v^{(2)} \left(\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2] \right) \right) \right\}$$

Másik bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \neg \exists v^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[2] > u[2] \right) \right) \right\}$$

- Mely árukból adtak el 100-nál többet egy napon?

Nem bizt.:

$$\left\{ t^{(3)} \mid \text{ÁRU}(t) \wedge \exists v^{(3)} \left((v[2] = t[1] \wedge v[3] > 100) \boxed{\vee} \text{MENNYISÉG}(v) \right) \right\}$$

Elírtuk: nem is azt adja, amit kell, meg nem is biztonságos, mert (ii) sérül

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)} \left(\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2] \right) \right) \wedge \exists w^{(1)} (w[1] \neq t[1]) \right\}$$

Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos, mert (ii) nem oké, bár (i) az. Az a baj, hogy a végén van egy felesleges dolog.

Bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \forall v^{(2)} \left(\neg \text{BEVÉTEL}(v) \vee v[2] \leq u[2] \right) \right) \right\}$$

Másik bizt.:

$$\left\{ t^{(1)} \mid \exists u^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[1] \wedge \neg \exists v^{(2)} \left(\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[2] > u[2] \right) \right) \right\}$$

- Mely árukból adtak el 100-nál többet egy napon?

Nem bizt.:

$$\left\{ t^{(3)} \mid \text{ÁRU}(t) \wedge \exists v^{(3)} \left((v[2] = t[1] \wedge v[3] > 100) \boxed{\vee} \text{MENNYISÉG}(v) \right) \right\}$$

Elírtuk: nem is azt adja, amit kell, meg nem is biztonságos, mert (ii) sérül

Bizt.:

$$\left\{ t^{(3)} \mid \text{ÁRU}(t) \wedge \exists v^{(3)} \left((v[2] = t[1] \wedge v[3] > 100) \boxed{\wedge} \text{MENNYISÉG}(v) \right) \right\}$$

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

Lényegileg ugyanaz, mint a sorkalkulus, csak másféle változókat használ.

Oszlopváltozó: egy koordinátája a sorváltozónak, mint vektornak

Az oszlopváltozó értékészlete: egy adott attribútum értékészlete.

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

Lényegileg ugyanaz, mint a sorkalkulus, csak másféle változókat használ.

Oszlopváltozó: egy koordinátája a sorváltozónak, mint vektornak

Az oszlopváltozó értékkészlete: egy adott attribútum értékkészlete.

A oszlopkalkulus által kifejezett reláció:

$\{u_1, \dots, u_k \mid \phi(u_1, \dots, u_k)\} \implies$ azon $u = (u_1, \dots, u_k)$ vektorok, amikre $\phi(u_1, \dots, u_k)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula és csak u_1, \dots, u_k szabad változók benne.

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

Lényegileg ugyanaz, mint a sorkalkulus, csak másféle változókat használ.

Oszlopváltozó: egy koordinátája a sorváltozónak, mint vektornak

Az oszlopváltozó értékészlete: egy adott attribútum értékészlete.

A oszlopkalkulus által kifejezett reláció:

$\{u_1, \dots, u_k \mid \phi(u_1, \dots, u_k)\} \implies$ azon $u = (u_1, \dots, u_k)$ vektorok, amikre $\phi(u_1, \dots, u_k)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula és csak u_1, \dots, u_k szabad változók benne.

Megengedett formulák:

atomok :

- $R^{(k)}(u_1, \dots, u_k)$: akkor igaz, ha $(u_1, \dots, u_k) \in R$, azaz a sor benne van a relációban.

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

Lényegileg ugyanaz, mint a sorkalkulus, csak másféle változókat használ.

Oszlopváltozó: egy koordinátája a sorváltozónak, mint vektornak

Az oszlopváltozó értékészlete: egy adott attribútum értékészlete.

A oszlopkalkulus által kifejezett reláció:

$\{u_1, \dots, u_k \mid \phi(u_1, \dots, u_k)\} \implies$ azon $u = (u_1, \dots, u_k)$ vektorok, amikre $\phi(u_1, \dots, u_k)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula és csak u_1, \dots, u_k szabad változók benne.

Megengedett formulák:

atomok :

- $R^{(k)}(u_1, \dots, u_k)$: akkor igaz, ha $(u_1, \dots, u_k) \in R$, azaz a sor benne van a relációban.
- ★ $u_i \theta u_j$
- ★ $u_i \theta c$
- ★ $c \theta u_i$

ahol $\theta \in \{<, >, =, \neq, \leq, \geq\}$, u_i oszlopváltozók, c konstans érték.

Világos, mikor igaz.

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.
- ϕ formula, s oszlopváltozó, akkor $\forall s\phi, \exists s\phi$ is formula.
Világos, hogy mikor igaz.

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

építkezési szabályok :

- ϕ, ψ formulák, akkor $\phi \vee \psi, \phi \wedge \psi, \neg\phi$ is formulák.
Világos, hogy mikor igaz.
- ϕ formula, s oszlopváltozó, akkor $\forall s\phi, \exists s\phi$ is formula.
Világos, hogy mikor igaz.

Kötött változó: ha vonatkozik rá kvantor,

Szabad változó: ha nem,

Példák oszlopkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Példák oszlopkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt, legyen előbb a dátum:

$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$

Példák oszlopkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt, legyen előbb a dátum:

$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$

$\{y, x \mid \text{BEVÉTEL}(y, x) \wedge y \geq 2004-01-01\}$ *(sajtóhiba a Gajdos könyvben)*

Példák oszlopkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt, legyen előbb a dátum:

$$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$$

$$\{y, x \mid \text{BEVÉTEL}(y, x) \wedge y \geq 2004-01-01\} \quad (\text{sajtóhiba a Gajdos könyvben})$$

Az 2004. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg:

$$\{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u) \wedge \exists v(\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[1] = 2004-01-15 \wedge v[2] = u[1])\}$$

Példák oszlopkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) **BEFIZ=ÖSSZEG-4000**

Az 2004. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt, legyen előbb a dátum:

$$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t) \wedge t[1] \geq 2004-01-01\}$$

$$\{y, x \mid \text{BEVÉTEL}(y, x) \wedge y \geq 2004-01-01\} \quad (\text{sajtóhiba a Gajdos könyvben})$$

Az 2004. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg:

$$\{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u) \wedge \exists v(\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[1] = 2004-01-15 \wedge v[2] = u[1])\}$$

$$\{x, y \mid \text{BEFIZ}(x, y) \wedge \exists z(\text{BEVÉTEL}(z, x) \wedge z = 2004-01-15)\}$$