Adatbázisok elmélete 13. előadás

Katona Gyula Y.
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Számítástudományi Tsz.
I. B. 137/b
kiskat@cs.bme.hu
http://www.cs.bme.hu/˜kiskat

2004

Felbontások (emlékeztető)

Cél: *Adott (R, F) sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*
Definíció. *$\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ az (R, F) séma felbontása, ha $R_i \subseteq R$ és $\cup_{i=1}^{k} R_i = R$.*
Ha r egy (R, F) sémára illeszkedő reláció, akkor legyen $r_i = \pi_{R_i}(r)$ és

$$m_\rho(r) := r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots \bowtie r_k$$

(Megj.: $\bowtie$ asszociatív, így nem kell a zárójelezéssel vesződni)

Kérdés: mikor nyerhető vissza az infó a felbontásból? Mi általában r és $m_\rho(r)$ viszonya?
Tétel.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$
(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$
(iii) $m_\rho\big(m_\rho(r)\big) = m_\rho(r)$

Következmény: ha $r \neq m_\rho(r)$, akkor sehogyan se lehet visszahozni r-t a vetületekből.

Hűséges felbontás

Tehát az a kérdés, hogy mik azok a felbontásai egy (R, F) sémának, amik esetén tetszőleges (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$
Definíció. *Adott (R, F). Ennek ρ felbontása* ***hűséges (veszteségmentes, lossless)****, ha minden (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$.*

Példa: Legyen (R, F) a következő: $R(A, B, C)$, $F = \{C \to A\}$ és legyen r az alábbi reláció.

r	A	B	C
	a	c	e
	a	d	f
	b	c	g
	b	d	h

s	A	B
	a	c
	a	d
	b	c
	b	d

t	B	C
	c	e
	d	f
	c	g
	d	h

$s \bowtie t$	A	B	C
	a	c	e
	a	c	g
	a	d	f
	a	d	h
	b	c	e
	b	c	g
	b	d	f
	b	d	h

Ez a példa mutatja, hogy $r \neq s(A, B) \bowtie t(B, C)$, azaz ez a felbontás nem hűséges.

De $r = s'(A, C) \bowtie t'(B, C)$, majd látjuk.

Hűséges felbontás két részre

Hogyan biztosíthatja F, hogy a felbontás hűséges legyen?

Tétel. *Az (R, F) séma $\rho = (R_1, R_2)$ felbontása hűséges $\Longleftrightarrow$ vagy*
(a) $F \models R_1 \cap R_2 \to R_1 \setminus R_2$, *vagy*
(b) $F \models R_1 \cap R_2 \to R_2 \setminus R_1$.

Példa: R(TNÉV, TERMELŐ, ÁR, CÍM)
F = {TERMELŐ → CÍM; TNÉV, TERMELŐ → ÁR}

ρ = (TERMELŐ, CÍM ; TNÉV, TERMELŐ, ÁR)
$R_1 \cap R_2$ = {TERMELŐ}, $R_1 \setminus R_2$ = {CÍM}, $R_2 \setminus R_1$ = {TNÉV, ÁR}
$\Longrightarrow$ (TERMELŐ)$^+(F)$ = {TERMELŐ, CÍM} $\supseteq R_1 \setminus R_2$ $\Longrightarrow$ hűséges $\surd$

ρ = (TNÉV, TERMELŐ; TNÉV, CÍM, ÁR)
$R_1 \cap R_2$ = {TNÉV}, $R_1 \setminus R_2$ = {TERMELŐ}, $R_2 \setminus R_1$ = {CÍM, ÁR}
$\Longrightarrow$ (TNÉV)$^+(F)$ nem tartalmazza egyiket sem $\Longrightarrow$ nem hűséges ↯

Bizonyítás

Tétel. *Az (R, F) séma $\rho = (R_1, R_2)$ felbontása hűséges $\Longleftrightarrow$ vagy*

(a) $F \models R_1 \cap R_2 \to R_1 \setminus R_2$, *vagy*

(b) $F \models R_1 \cap R_2 \to R_2 \setminus R_1$.

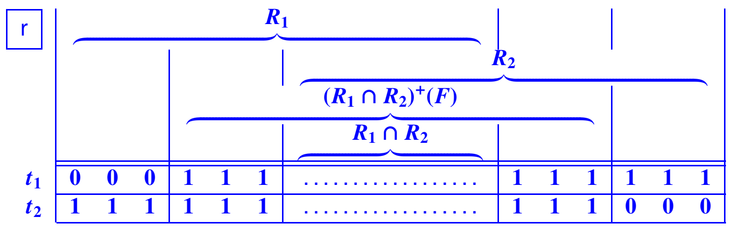
Bizonyítás: Tegyük fel, hogy $F \models R_1 \cap R_2 \to R_1 \setminus R_2$, belátjuk, hogy a felbontás hűséges. (Ha a másik igaz, ugyanígy.)

Legyen r egy tetszőleges reláció, $s = m_\rho(r)$. Elég belátni, hogy $s \subseteq r$, hiszen $r \subseteq s$ mindig igaz. Azaz, lássuk be, hogy ha t sora s-nek, akkor r-nek is.

Ha t sora s-nek, akkor $\exists u_1, u_2$ sorai r-nek, hogy $t[R_1] = u_1[R_1]$ és $t[R_2] = u_2[R_2]$.
$\Longrightarrow u_1[R_1 \cap R_2] = t[R_1 \cap R_2] = u_2[R_1 \cap R_2]$
de ha két sor megegyezik a metszeten, akkor a feltétel miatt $R_1 \setminus R_2$-n is $\Longrightarrow$ egyeznek az egész R_1-en $\Longrightarrow u_2$ és t egyeznek R_1-en.
$\Longrightarrow t = u_2$, hiszen R_1-en a fenti miatt, R_2-n a feltevés miatt egyeznek. $\surd$

Másik irány: Belátjuk, hogy ha $R_1 \setminus R_2 \not\subseteq (R_1 \cap R_2)^+(F)$ és $R_2 \setminus R_1 \not\subseteq (R_1 \cap R_2)^+(F)$, akkor ρ nem hűséges.

Legyen r a következő reláció:



A feltétel miatt a két szélső rész nem üres, ott nem egyezik meg a két sor.
r-ben igazak F függőségei (mint a teljességi tételnél).
Viszont $m_\rho(r) \supsetneq r$, hiszen $m_\rho(r)$-ben a csupa $\mathbf{1}$ sor is benne van. $\lightning$

Hűségesség ellenőrzése általában

Adott (R, F) és $\rho = (R_1, \dots, R_k)$, ahol $R = A_1, \dots, A_n$.
Hogyan tudjuk eldönteni, hogy hűséges-e a felbontás?

Készítünk egy $k \times n$-es táblázatot:

	A_1	$\dots$	A_j	$\dots$	$A_{j'}$	$\dots$	A_n
R_1							
$\vdots$							
R_i			a_j		$b_{ij'}$		
$\vdots$							
R_k							

- Kezdetben az (i, j) helyre a_j-t írunk, ha $A_j \in R_i$ és b_{ij}-t, ha $A_j \notin R_i$.
- Veszünk egy tetszőleges $X \to Y \in F$ függést.
  Ha két sor megegyezik X-en, akkor egyenlővé tesszük Y-on is az alábbi módon:
  - ★ Ha valahol a_j és b_{ij} van, akkor a b_{ij}-t a_j-ra cseréljük.
  - ★ Ha b_{kj} és b_{lj} van, akkor az egyiket átírjuk a másikra.
- Ezt minden függésre megcsináljuk tetszőleges sorrendben, szükség esetén többször is.

Jó a módszer?

Tétel. *ρ pontosan akkor hűséges ha a végén lesz csupa a sor.*

Nem bizonyítjuk.

Példa a táblázatos tesztre

$R(ABCD)$ $\quad F = \{A \to C;\ C \to B;\ B \to D\}$ $\quad \rho = (AB, BC, ACD)$

	A	B	C	D
R_1	a_1	a_2	$b_{13} \to \boxed{a_3^*}$	b_{14}
R_2	b_{21}	a_2	a_3	b_{24}
R_3	a_1	$b_{32} \to \boxed{a_2^{**}}$	a_3	a_4

* $A \to C$ miatt

** $C \to B$ miatt

Lett csupa a sor $\implies$ hűséges felbontás

Hűséges felbontás

Tétel. *Adott (R, F), $\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ az R hűséges felbontása és $\sigma = (S_1, \ldots, S_m)$ az R_1 hűséges felbontása (azaz R_1-et tovább bontjuk). Ekkor $\tau = (S_1, \ldots, S_m, R_2, \ldots, R_k)$ hűséges felbontása R-nek.*

Bizonyítás: Legyen r egy R-re illeszkedő reláció és ennek R_1-re eső vetülete legyen r_1.
Tovább bontva r_1-et σ szerint kapjuk az $s_1, s_2, \ldots, s_m$ vetületeket. Mivel σ hűséges, ezért $s_1 \bowtie s_2 \bowtie \cdots s_m = m_\sigma(r_1) = r_1$.
Mivel ρ is hűséges, ezért $r = m_\rho(r) = r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots r_k$. Ebbe beírva r_1 helyére a σ hűségességéből kapott egyenlőséget, kapjuk, hogy $r = s_1 \bowtie s_2 \bowtie \cdots s_m \bowtie r_2 \bowtie \cdots r_k = m_\tau(r)$, azaz τ is hűséges. Itt persze használtuk $\bowtie$ asszociativitását.

Tétel. *Ha ρ hűséges és $\sigma \supseteq \rho$ (σ-ban több komponens van), akkor σ is hűséges.*

Bizonyítás: $r \subseteq m_\sigma(r) \subseteq m_\rho(r) = r$
A középső tartalmazás azért igaz, mert a keresztszorzatból szigorúbb feltételek szerint válogatunk.
$\implies r = m_\sigma(r)$ $\surd$

Normálformák

Definíció. *Egy $X \to Y$ függés triviális, ha $Y \subseteq X$. (Mert ezek a függések nem hordoznak sok infót, mindig igazak.)*

Definíció (Boyce–Codd normálforma). *Az (R, F) relációs séma BCNF-ben van, ha tetszőleges nemtriviális $X \to A \in F^+$ függés esetén X szuperkulcs.*

Azaz csak olyan függések vannak, hogy a szuperkulcs mindent meghatároz.

Tétel. *Az (R, F) BCNF-ben van pontosan akkor ha tetszőleges $A \in R$-re és $X \subseteq R$ kulcsra igaz, hogy nincs olyan $Y \subseteq R$, amire $X \to Y \in F^+$; $Y \not\to X$; $Y \to A \in F^+$ és $A \notin Y$. (Nincs tranzitív függés kulcstól.)*

Bizonyítás: Ha nincs BCNF-ben a séma, akkor van egy $Y \to A$ függés, ahol Y nem szuperkulcs és $A \notin Y$. Ekkor, tetszőleges X kulccsal: $X \to Y, Y \not\to X, Y \to A$, de $A \notin Y$, ami épp egy kulcstól való tranzitív függés.

Másrészt, ha van tranzitív függés kulcstól, azaz X olyan kulcs, amivel $X \to Y, Y \not\to X, Y \to A$, de $A \notin Y$, akkor $Y \to A$ egy olyan függés, ami sérti a BCNF tulajdonságot, mert Y nem lehet szuperkulcs, ha $Y \not\to X$. $\surd$

Miért jó a BCNF séma?

Ha $C \to B$; $B \to A$ teljesülne, de $B \to C$ nem, akkor ugyanaz a B érték több C érték mellett is előfordulhatna, de minden példánynál ugyanazt az A értéket is tároljuk $\implies$ **redundancia**.

Állítás. *≤ 2 attribútumos reláció mindig BCNF.*

Bizonyítás: Ha $A \to B \implies A$ kulcs. Ha $B \to A \implies B$ kulcs.

Mivel F^+-ra követeljük meg a feltételt, nehéz ellenőrizni.
DE:

Tétel. *Ha (R, F) nem BCNF, akkor van olyan $X \to Y \in \mathrm{F}$, amely jobboldalának valamely A attribútumára $X \to A$ nemtriviális és X nem szuperkulcs. (Az ilyen $X \to A \in F^+$.)*

Bizonyítás: Ha (R, F) nem BCNF, akkor van $U \to B \in F^+$, hogy U nem szuperkulcs és $B \notin U$.
$\implies B \in U^+(F) \implies U \subsetneq U^+(F)$
Az algoritmus, ami $U^+(F)$-et számolja, el tud indulni $\implies \exists V \to W \in F$, melyre $V \subseteq U$, $W \not\subseteq U$
$\implies V \to W$ jó lesz $X \to Y$-nak.
Ugyanis V nem szuperkulcs, hiszen $V \subseteq U$ és U nem szuperkulcs.
$W \not\subseteq U \implies \exists A \in W \setminus U \subseteq W \setminus V$, így $V \to W$ nem triviális.

Ez jelentősen könnyíti az ellenőrzést, csak F függőségeit kell végignézni, nem F^+-ét.