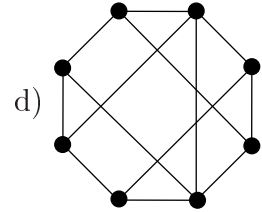
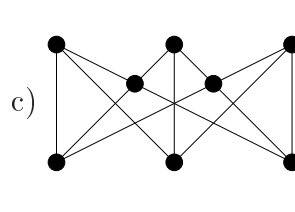
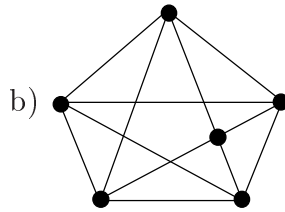
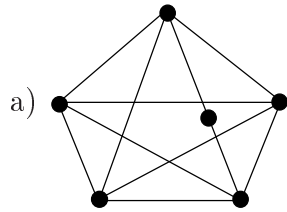


Bevezetés a Számításelméletbe I.

11. gyakorlat

1. Síkbarajzolhatóak-e az alábbi gráfok?



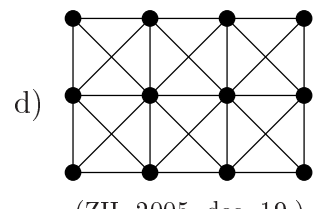
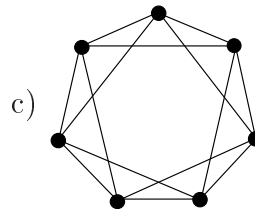
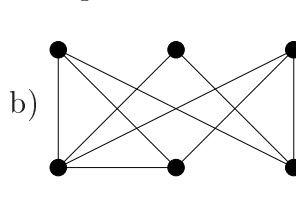
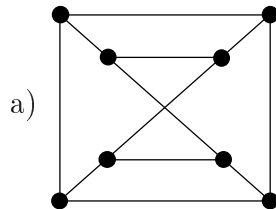
2. Rajzold fel az összes 3, 4, illetve 5 pontú fát! (Az izomorfakat csak egyszer.)

3. Bizonyítsd be, hogy minden egyszerű, síkbarajzolható gráfnak van olyan csúcsa, aminek a foka legfeljebb 5.

4. Egy n csúcsú gráf nem tartalmaz kört, a komponenseinek száma k . Hány éle van a gráfnak?

5. Van-e olyan konvex poliéder, melynek lapjai, élei és csúcsai száma egyaránt osztható 4-gyel? (ZH, 2003. december 17.)

6. Síkbarajzolhatóak-e az alábbi gráfok?



(ZH, 2005. dec. 19.)

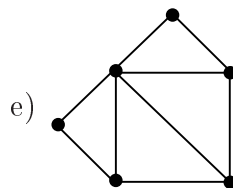
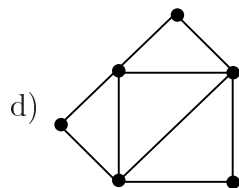
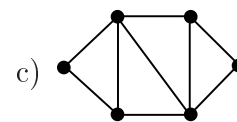
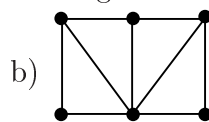
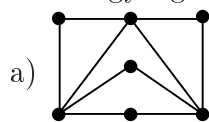
7. A hat pontú teljes gráfból elhagyunk két élet. Lehet-e a maradék gráf síkbarajzolható? És ha 3 élet hagyunk el?

8. Egy egyszerű, síkbarajzolható gráfban a minimális fokszám 5. Mutasd meg, hogy ekkor legalább 12 darab ötödfokú pont van!

9. Tegyük fel, hogy $G = (V, E)$ egy olyan egyszerű gráf, aminek E élhalmaza előáll az E_1, E_2, E_3 diszjunkt élhalmazok uniójaként. Utóbbiakra teljesül, hogy a $(V, E_1), (V, E_2)$ és (V, E_3) részgráfok mindegyike G egy feszítőfája. Bizonyítsuk be, hogy ekkor G nem síkbarajzolható. (ZH, 2005. december 8.)

10. Egy nemzetközi konferencián egy asztalnál öt különböző ország egy-egy képviselője ül. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, akiknek az országa nem szomszédos (közös határszakasz mentén)!

11. Keress gyengén izomorfakat az alábbi gráfok között!



12. Van-e olyan egyszerű síkbarajzolt gráf, aminek fele annyi csúcsa van, mint a duálisának?

13. Rajzolj olyan két, három, illetve négy csúcsú gráfot, ami izomorf a duálisával!

14. Egy egyszerű, összefüggő, síkbarajzolt gráfnak ugyanannyi csúcsa van, mint a duálisának. Mutasd meg, hogy a gráfban van három élű kör!