

Diszkrét matematika
2. gyakorlat

1. Van-e olyan egyszerű gráf, melynek fokszámai az alábbiak?
 - a) 1, 1, 1, 1, 1, 1
 - b) 2, 2, 2, 2, 2, 2
 - c) 1, 1, 1, 1, 1
 - d) 1, 2, 2, 3, 3, 3
 - e) 1, 2, 2, 2, 3, 3
 - f) 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4
 - g) 1, 1, 2, 2, 3, 7, 7, 7
 - h) 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7
2. Igazoljuk, hogy tetszőleges gráfban a páratlan fokú pontok száma páros.
3. Határozzuk meg az összes (páronként nem izomorf) egyszerű gráfot, melyre
 - a) $v = 5, e = 2,$
 - b) $v = 5, e = 3,$
 - c) $v = 5, e = 7,$
 - d) $v = 4, e = 5,$
 - e) $v = 5, e = 8,$ahol v a csúcsok, e az élek száma.
4. Van-e olyan (legalább két pontú) egyszerű gráf, melyben minden pont foka különböző?
5. Egy fának két negyedfokú csúcsa van. Mutassuk meg, hogy az elsőfokú csúcsainak száma legalább hat.
6. Határozzuk meg az összes (páronként nem izomorf) 3, 4, illetve 5 csúcsú fát.
7. Legalább és legfeljebb hány éle lehet egy 4 komponensű, 20 pontú egyszerű gráfnak?
8. Hány egymással nem izomorf 60 csúcsú, 1768 élű egyszerű gráf létezik?
9. Egy gráf izomorf a komplementerével. Mutassuk meg, hogy összefüggő.
10. Egy n pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább $\frac{n}{2}$. Bizonyítsuk be, hogy a gráf összefüggő.
11. Határozzuk meg az összes 5, illetve 6 csúcsú gráfot, mely izomorf a komplementerével.
- 12*. Kovács úr és neje négy másik házaspárt lát vendégül. Megérkezésük a közeli barátok kezét fogják (a nők is). Természetesen senki sem fogja kezét a házastársával. Az este egy későbbi pillanatában Kovács úr megkérdezi a jelenlévőket, hogy hányszor fogták kezét, s erre csupa különböző választ kap. Hány emberrel fogott kezét Kovácsné?