Konvex testek származtatása gráfok induktív generálásával

Kápolnai Richárd (kapolnai@iit.bme.hu)
közös munka Domokos Gáborral és Szabó Tímeával

BME SZIT Tanszéki Szeminárium, 2010.09.28. 14:15, I épület IB.134

Tekintsük egy konvex, homogén 3D test felszínét egy skalárfüggvénynek, amely minden irányban megadja a súlyponttól való távolságot. E függvény gradiensmezőjének szingularitásait *egyensúlyi pontoknak* nevezzük. Generikus felületen három eltérő típusú szingularitás (minimum, maximum, nyereg) léphet fel, melyek S, U, H száma közötti $S + U - H = 2$ összefüggést a Poincaré–Hopf-tétel adja [1]. Ennek alapján bármely generikus test jellemezhető az (S, U) számpárral, melyet a test *egyensúlyi osztályának* nevezünk.

A Kolumbusz-algoritmus [2] a testet egy egyensúlyi pont lokális környezetében módosítja oly módon, hogy egy (S, U) osztályú konvex testből egy $(S + 1, U)$, vagy egy $(S, U + 1)$ osztályú konvex test képződik. Tehát a Kolumbusz-algoritmus szerint ha az (S, U) osztály nem üres, akkor az $(S + 1, U)$ és az $(S, U + 1)$ osztályok sem azok, így az $(1, 1)$ osztályban lévő Gömböc minden osztályt generál, vagyis azok *ősének* tekinthető [2].

Az egyensúlyi osztályokon belül a gradiensmező heteroklinikus (eltérő egyensúlyi pontokat összekötő) pályái által definiált gráf alapján topológiailag eltérő alosztályokat különíthetünk el. Munkánkban a Kolumbusz-algoritmus által generálható topológiai alosztályok hierarchiáját vizsgáljuk. Ezzel kapcsolatban többek között az alábbi kérdések merülnek fel:

- Hány topológiai alosztály létezhet az egyes egyensúlyi osztályokon belül?
- Egyértelműen megállapítható-e egy adott topológiai alosztály őse?
- Megállapítható-e, hogy mely topológiai alosztályok származtathatóak a Gömböcből?
- Milyen egyéb ős-topológiák léteznek?
- Létezik-e minden topológiához fizikai test?

E kérdésekre a fent definiált gráfok induktív generálásának módszeréből [3] kiindulva, algoritmusok és tételek formájában keressük a választ.

Hivatkozások

[1] V. I. Arnold. *Ordinary Differential Equations.* The MIT Press, 1978.

[2] G. Domokos and P. Várkonyi. Static equilibria of rigid bodies: dice, pebbles and the Poincaré-Hopf theorem. *Journal of Nonlinear Science*, 16:255–281, 2006.

[3] G. Brinkmann and B. D. McKay. Fast generation of planar graphs. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem*, 58:323–357, 2007.