Geometriai érzékenység vizsgálata rácsos tartókon

Dóbé Péter
közös munka Domokos Gáborral és Tóth Krisztinával

Rácsos tartónak nevezünk egy olyan modellt, amely nyújthatatlan, összenyomhatatlan rudakból és ezek végpontjait összekapcsoló, a rudak egymáshoz viszonyított elfordulását megengedő csuklókból áll. Ha a csuklók térbeli elhelyezkedésétől eltekintünk, a modell egyszerűsíthető egy $G(V, E)$ topológiai gráfra, ahol a $v \in V$ csomópontok a csuklóknak, az $e \in E$ élek pedig a rudaknak felelnek meg.

Bizonyos elfajuló eseteket leszámítva a rácsos tartó számos statikai jellemzője megállapítható ezt a G gráfot vizsgálva kombinatorikai, gráf- és matroidelméleti módszerekkel. Egyik ilyen jellemző a minimális merevség: a teljes tartó tekinthető-e egyetlen merev testnek, melynek azonban egy tetszőleges rúd elhagyásával a merevsége megszűnik. Ennek a kérdésnek a megválaszolására ismert egy hatékony módszer (Lovász és Yemini algoritmusa), amely a G gráfból $e \in E$ megduplázásával nyert G_e gráfok körmatroidjának particionálásán alapul.

A rácsos tartóknak egy másik jellemzője a geometriai érzékenység, amely azt mutatja meg, hogy csuklók pozíciójának kismértékű pontatlansága esetén a megterhelt tartó rudainak mekkora részében változnak meg az erők. Vizsgálatunkat minimálisan merev síkbeli rácsos tartókra korlátozva a naiv módszer a geometriai érzékenység meghatározására végigjárja 2^V-t, vagyis exponenciális futási idejű. Egy ennél hatékonyabb, polinomidejű módszert mutatunk be: visszavezetjük a feladatot minimumhely-keresésre egy $f : 2^{E'} \to \mathbb{Q}, \quad E' \subset E$ függvényen, amelyre $\forall X, Y \subseteq E' : f(X) + f(Y) \geq f(X \cup Y) + f(X \cap Y)$. Az ilyen tulajdonságú, ún. szubmoduláris függvények minimumhelyének keresésére több polinomidejű algoritmus ismert.