

Korlátozott lefedési problémák gráfokban

A gráfok minimális lefedési problémáira adható megoldások lényegesen változnak, ha különböző korlátozások vannak érvényben. A teljes gráf lefedésére ismert, polinomiális idejű algoritmusok általában nem alkalmazhatók a korlátozások jelenlétében és a problémák nem oldhatók meg polinomiális idejű algoritmusokkal. Ez fokozottan igaz, ha a csomópontoknak csak egy meghatározott részhalmazát kell a lefedésnek garantálnia, a korlátozások a Steiner problémát is deformálják. Több, korlátozásokkal kiegészített Steiner probléma ismert (degree constrained Steiner problem, budget based Steiner problem, generalized Steiner problem, etc.). A megoldások közös vonása, hogy az optimális lefedést fa alakban keresik. Kutatási eredményeink bizonyítják, hogy ez a hipotézis téves és felesleges. A korlátozott, teljes vagy részleges gráf lefedési problémák megoldása általános esetekben nem fa, hanem csak fa-jellegű struktúra, amit hierarchiának hívunk. A minimális hierarchiákat az ismertető több esetben is körülírja. Az alábbi esetekben vizsgáljuk az optimális lefedéseket:

- csomópontok fokszámára előírt korlátok jelenléte esetén,
- a végpontok között definiált, több kritériumon alapuló optimalizálási feladatok esetén,
- a lefedő struktúrák méretét korlátozó feltételek esetén.

Constrained Spanning Problems in Graphs

Generally, under constraints, the minimum spanning problem of graphs can not be solved with polynomial time algorithms. Moreover, in some cases, spanning trees with respect of the constraints do not exist. This observation is also true in partial spanning problems: the Steiner problem becomes deformed with constraints. Several constrained and generalized Steiner problems are known in the literature (degree constrained Steiner problem, budget based Steiner problem, generalized Steiner problem, etc.). Generally, the minimum spanning structure is wanted in form of spanning trees, even if constraints are given in the graph. Our research results prove this hypothesis is false and useless. The general solution of (partial and total) spanning problems in graphs corresponds to a tree-like structure, which is called hierarchy. So, minimum spanning structures can be obtained by minimum spanning hierarchies. To illustrate hierarchies, we discuss the following constrained spanning problems:

- degree bounded minimum cost structures,
- minimum cost spanning structures with multiple end to end constraints,
- minimum cost spanning structures under size constraints.