

Két NP-teljes párosítási probléma

Biró Péter

Két új NP-teljességi bizonyítást fogok mutatni. A párosítási problémák a következők:

1. Maximális párosítás házaspárokkal. Adva van $2n$ utazó, köztük néhány házaspár, illetve n db kétágyas szoba. Minden utazó megadja, hogy melyik szobákban hajlandó aludni (a házaspárok közös listát adnak). Kérdés, hogy el tudjuk-e szállásolni az utazókat, ha egy szobába tehetünk két magányos utazót, de a házaspárok nem kerülhetnek külön szobába. A probléma releváns lehet gyakorlati alkalmazásokban (például gyakornokok vagy diákok elhelyezésénél), de kapcsolatba hozható ládapakolási illetve ütemezési feladatokkal is.
2. 3D stabil párosítás ciklikus preferenciákkal. A 3D stabil párosítás probléma egyike volt a 12 nyitott kérdésnek, amit Knuth vetett fel a stabil párosításokról szóló 1976-os könyvében. Feladat, hogy fiúkból, lányokból és kutyákból úgy alakítsunk ki 3 fős családokat, hogy ne legyen olyan blokkoló hármas, amelyben mindegyik szereplő helyzete javulhatna. Ciklikus preferenciák esetén a fiúknak csak az számít, hogy ki a lány a családban, a lányoknak csak a kutyák, a kutyáknak pedig csak a fiúk fontosak. Ha a preferencia-listák teljesek (mindenki minden lehetséges családot elfogadhatónak tart) akkor azt sejtik, hogy mindig van stabil megoldás (Boros Endrénék 3×3 játékosra, Kimmo Erikssonék pedig 3×4 játékosra ezt be is látták). Eric McDermiddel közösen azt sikerült megmutatnunk, hogy ha a listák nem teljesek (valaki inkább egyedül marad, mintsem részt vegyen bizonyos családokban), akkor van olyan 3×6 -os példa amelyben nincs stabil megoldás, sőt a probléma NP-teljes.