

Idő- és tárkorlátok, P, NP

1. Igazolja, hogy az $L \in \text{SPACE}(2011 \log n)$ feltevésből következik, hogy $L \in \text{P}$.
2. Legyen L egy nyelv, amiről tudjuk, hogy $s(n) = 5n^3 - 3n^2 + 2$ tárkorláttal felismerhető. Következik-e ebből, hogy az L komplementere az EXPTIME osztályba tartozik?
3. Legyen f egy rekurzív függvény és L álljon az olyan w Turing-gép kódokból, hogy az M_w gép a w bemenetet nem fogadja el $f(|w|)$ lépésen belül. Igazolja, hogy $L \in \text{R}$ de nincs olyan $f(n)$ időkorlátos M Turing-gép, amelyre $L(M) = L$.
4. Legyen $L = \{(G, k) : \text{a } G \text{ gráfban nincs } k \text{ független pont}\}$. Igaz-e, hogy $L \in \text{PSPACE}$?
5. A *Bizonytalan Turing-gép* egy olyan nemdeterminisztikus Turing-gép, amely minden bemeneten megáll, és eredményül vagy azt adja, hogy IGEN vagy azt, hogy NEM, vagy azt, hogy TALÁN. Ugyanarra a bemenetre a nemdeterminisztikus választásoktól függően különböző számítási ágakon különböző eredményt kaphatunk. Egy ilyen gépről azt mondjuk, hogy *elfogadja* az L nyelvet, ha
 - (1) minden $w \in L$ szóra az eredmény minden ágon csak IGEN vagy TALÁN lehet és van olyan számítási ág, ahol az eredmény IGEN,
 - (2) minden $w \notin L$ szóra az eredmény minden ágon csak NEM és TALÁN lehet, és van olyan számítási ág, ahol az eredmény NEM.Igazolja, hogy ha az L nyelv felismerhető egy polinom időkorlátos Bizonytalan Turing-géppel, akkor $L \in \text{NP} \cap \text{coNP}$.
6. Legyen L_1, L_2 két nyelv. Igazolja az alábbiakat!
 - a) $L_1, L_2 \in \text{P} \Rightarrow L_1 \cup L_2 \in \text{P}$
 - b) $L_1, L_2 \in \text{P} \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in \text{P}$
 - c) $L_1, L_2 \in \text{NP} \Rightarrow L_1 \cup L_2 \in \text{NP}$
 - d) $L_1, L_2 \in \text{NP} \Rightarrow L_1 \cap L_2 \in \text{NP}$
7. Egy L nyelvhez legyen $L^* = \{x \in \Sigma^* : \exists k \geq 0, x_1, x_2, \dots, x_k \in L, \text{ hogy } x = x_1 x_2 \dots x_k\}$.
 - a) Igaz-e, hogy $L \in \text{NP} \Rightarrow L^* \in \text{NP}$?
 - b) Igaz-e, hogy $L \in \text{P} \Rightarrow L^* \in \text{P}$?