

Univerzális, megállási és diagonális nyelv; Rice-tétel

Ahol nincs máshogy definiálva, ott $\Sigma = \{0, 1\}$.

Jelölések: L_d a diagonális nyelv, L_u az univerzális nyelv, L_h pedig a megállási nyelv.

1. Legyen $L = \{w\#s : w \in L_d \text{ és } M_w \text{ nem fogadja el az } s \text{ szót}\}$.
Igaz-e, hogy $L \in R$? Igaz-e, hogy $L \in RE$?
2. Legyen $L = \{w \in \Sigma^* : \exists M_w \text{ és } M_w \text{ egyetlen } y \in \Sigma^* \text{ bemenetnél sem mozdítja el a fejet a szalag első mezőjéről}\}$. Igaz-e, hogy $L \in R$?
3. Rekurzív-e az $L = \{w : \exists M_w \text{ és } L(M_w) = L_u\}$ nyelv?
4. Rekurzív-e az $L = \{w : \exists M_w \text{ és } |L(M_w)| = 5\}$ nyelv?
5. Álljon az L nyelv az olyan Turing-gépek kódjaiból, amik egyetlen szót sem fogadnak el. Igazolja, hogy $L \in coRE$.
6. Rekurzív-e az alábbi nyelv:
 $L = \{w : a \text{ } w \text{ egy Turing-gép kódja, és a } w \text{ kódú Turing-gép minden bemeneten véges lépésben megáll}\}$
7. Álljon az L nyelv az olyan $w\#s\#x$ szavakból, ahol w egy M_w Turing-gép kódja és M_w az s bemenettel indítva a számítása során eljut valamikor abba az állapotba, aminek a kódja x . Igazolja, hogy $L \in RE$ és $L \notin R$.
8. Legyen $L = \{x\#x \mid x \in \{0, 1\}^*\}$. Bizonyítsa be, hogy az L nyelv és a megállási nyelv metszete nem rekurzív nyelv!
9. Legyen $L = \{w\#k : \exists M_w \text{ Turing-gép és van olyan } k \text{ hosszú szó, amit } M_w \text{ nem fogad el}\}$. Igazolja, hogy $L \in coRE$.

Házi feladat:

1. Legyen $L = \{w \mid w = 0z, z \in L_u \text{ vagy } w = 1z, z \notin L_u\}$, ahol L_u az univerzális nyelvet jelöli. Az L a RE, coRE, R, coR osztályok közül melyikben van benne és melyikben nincs?
2. Rekurzív-e az alábbi L nyelv?
 $L = \{x\#y : \text{létezik az } x \text{ kódú } M_x \text{ és az } y \text{ kódú } M_y \text{ Turing-gép, } L(M_x) \cap L(M_y) = \emptyset\}$