

11. gyakorlat Szimmetrikus csoport, mellékosztályok, gráfok mátrixai

- Tartalmaz-e az S_5 szimmetrikus csoport a 7 elemű ciklikus csoporttal izomorf részcsoporthot?
 - Végezd el az alábbi műveleteket az S_n szimmetrikus csoportban! Add meg az eredmény ciklusfelbontását, és határozd meg a rendjét!
 - $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
 - $[(134)(342)]^{-1}$
 - Döntsd el, hogy a megadott csoportokban baloldali mellékosztályt alkotnak-e (valamilyen részcsoporthoz) az alábbi részhalmazok!
 - az egész számok csoportja az összeadással; a $8k + 5 (k \in \mathbb{Z})$ alakú egészek
 - az egész számok csoportja az összeadással; a prímszámok
 - S_n ; azok a permutációk, melyek 1-hez 2-t rendelnek
 - D_{15} ; $\{t_1 f_{24}, t_1 f_{144}, t_1 f_{264}\}$
 - Bizonyítsuk be, hogy egy egyszerű, irányítatlan gráf akkor és csak akkor páros, hogyha a szomszédossági mátrixának minden páratlan kitevőjű hatványában minden diagonálem zérus!
 - Legyen A egy egyszerű, irányítatlan gráf szomszédossági mátrixa. Bizonyítsuk be, hogy akkor és csak akkor igaz, hogy A bármely két sorának a skaláris szorzata legfeljebb egy, ha a gráf nem tartalmaz 4-hosszú kört!
 - Legyen B egy irányítatlan gráf illeszkedési mátrixa. Mivel egyenlő a BB^T mátrix i -edik sorának j -edik eleme?
-
- Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, melyre S_n -nek van D_4 -el izomorf részcsoporthotja?
 - Végezd el az alábbi műveleteket az S_n szimmetrikus csoportban! Add meg az eredmény ciklusfelbontását, és határozd meg a rendjét!
 - $(35)(1432)(35)(1234)$
 - $[(34)(23)(12)]^{2007}$
 - Igazold, hogy a következő halmazok S_n -nek generátorrendszerei:
 - $\{(1\ 2), (1\ 3), \dots, (1\ n)\}$
 - $\{(1\ 2), (2\ 3), \dots, (n-1\ n)\}$
 - $\{(1\ 2), (1\ 2\ 3 \dots n)\}$
 - Bizonyítsd be, hogy a páros permutációk egy részcsoporthot alkotnak S_n -ben!
 - Legyen H egy részcsoporthotja, A egy részhalmaza egy G véges csoportnak, és $g \in G, h \in H$! Biztosan igazak, biztosan hamisak, vagy lehetnek igazak és hamisak is az alábbi állítások?
 - $|gA| = |A|$
 - $hH = H$
 - $ghH = gH$
 - $hgH = gH$
 - Igaz-e, hogy ha a G gráf szomszédossági mátrixának 5. hatványában a főátló nem minden eleme 0, akkor van a gráfban 5 hosszú kör?
 - Legyen A az n csúcsú G egyszerű, összefüggő gráf szomszédossági mátrixa. Mi a G gráf, ha tudjuk, hogy az $A + A^2$ mátrix minden eleme azonos?
 - Egy irányítatlan gráf A szomszédossági mátrixára fennáll, hogy $A = A^{-1}$. Mi lehet ez a gráf?