

10. gyakorlat Kombinatorikai leszámítások

- Három barát beül sörözni egy helyre, ahol 7-féle sört csapolnak. Mindegyikük rendel egy korsóval. Hányféleképpen alakulhat a pincér tálcáján lévő sörök összetétele, ha
 - mindenki különböző sört rendel?
 - rendelhetnek ugyanolyan sört is?
- Hányféleképpen oszthatunk szét az óvodában 25 gyerek közt 10 csokit, 6 rágót és 9 jégkrémet, ha minden gyerek egy édességet kaphat? És ha egy gyerek többet is kaphat?
- Hányféleképpen választhatunk ki három különböző 1 és 30 közötti egész számot úgy, hogy ezek összege páros legyen?
- Hányféleképpen lehet a 32 lapos magyar kártyából 6-ot kivenni úgy, hogy legyen köztük ász és piros is?
- Hányféleképpen lehet elosztani 33 szál piros tulipánt 7 különböző vázába, ha
 - mindegyikbe legalább 1 virág kell?
 - a vázák maradhatnak üresen is?
- Lássuk be az alábbi azonosságokat!

a) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$

c) $\sum_{k=0}^n \binom{r}{k} \binom{s}{n-k} = \binom{r+s}{n}$

b) $\binom{n}{2} = \binom{k}{2} + k(n-k) + \binom{n-k}{2}$

d) $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$ ha n páratlan

- Hányféleképpen lehet eljutni az origóból a (2,3,5) pontba, úgy, hogy csak egységnyi hosszú jobbra, fel és előre lépések lehetségesek?
- Egy pont egységnyi lépéseket tesz meg a számegyenesen pozitív vagy negatív irányban. Hányféleképpen juthat el az origóból n lépéssel a k pontba?
- Hány olyan sorrendje van az $1, 2, \dots, n$ számoknak, melyben a páros és páratlan számok váltakoznak?
- A polcon egymás mellett 12 könyv van. Hányféleképpen lehet kiválasztani 4-et úgy, hogy ne legyen közöttük két egymás melletti?
- Egy n elemű halmaz páros elemszámú, vagy páratlan elemszámú részhalmazaiból van több?
- Hozd egyszerűbb alakra a következő kifejezéseket:
 - $\binom{10}{0} \binom{90}{30} + \binom{10}{1} \binom{90}{29} + \dots + \binom{10}{10} \binom{90}{20}$
 - $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \dots + \binom{n}{n}^2$
 - $\binom{4n}{0} - \binom{4n}{2} + \binom{4n}{4} - \dots + \binom{4n}{4n}$
- Egy n elemű halmaznak legfeljebb hány részhalmaza adható meg úgy, hogy bármelyik kettő metszete nemüres halmaz legyen?
- Egy részeg postás figyelmetlenül oszt szét nyolc levelet azok címzettjeinek. Hányféleképpen teheti ezt meg úgy, hogy senki se a sajátját kapja meg? És úgy, hogy pontosan három címzett kapja meg a saját levelét?