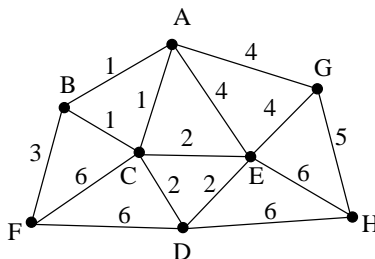


Minimális súlyú feszítőfa

1. G irányítatlan gráf a következő éllistával (zárójelben a költségek, az élek mindkét végpontjából fel vannak sorolva):
a:b(2),c(3); b:a(2),d(2); c:a(3),d(1); d:b(2),c(1),e(2),f(4); e:d(2),f(1),g(2); f:d(4),e(1),g(2),h(1); g:e(2),f(2),h(3);
h:f(1),g(3);
Keressünk G -ben (a) Prim algoritmusával minimális költségű feszítőfát g -ből kiindulva! (b) Kruskal algoritmusával minimális költségű feszítőfát!

2. Hány különböző minimális súlyú feszítőfája van az ábrán látható gráfnak?



3. Egy 20 szobás iroda számítógépeit hálózatba szeretnénk kötni. Az iroda szobái egy 2 méter széles folyosó két oldalán helyezkednek el; mindegyik szoba 3 méter széles (a folyosóval párhuzamos szélességről van szó). A folyosó egy lépcsőházból nyílik. Mindegyik szobában egy számítógép van, éspedig a folyosó felőli falnak a lépcsőház felőli sarkában. Oldjuk meg a lehető legrövidebb összhosszú vezetékkel, hogy bármely számítógépről bármely másik (esetleg közvetve) elérhető legyen a hálózaton. (Bármely két számítógép között vezethetünk egyenesvonalú vezetékét a padlóban. Nem szükséges, hogy egy összeköttetés a falakkal párhuzamos legyen.)
4. A szoftverpiacon n féle grafikus formátum közötti oda-vissza konverzióra használatos programok kaphatók: az i -edik és a j -edik között oda-vissza fordító program ára a_{ij} , futási ideje pedig t_{ij} (ha létezik).
(a) Javasoljunk módszert annak megtervezésére, hogy minden egyes formátumról a saját grafikus terminálunk által megértett formátumra a lehető leggyorsabban konvertáljunk! (Az ár nem számít.)
(b) Javasoljunk módszert annak eldöntésére, hogy mely programokat vásároljuk meg, ha azt szeretnénk a lehető legolcsóbban megoldani, hogy a megvett programok segítségével bármelyik formátumról bármelyik más formátumra képesek legyünk konvertálni. (Itt a futási idő nem számít).
5. Mátrixával adott egy $G(V, E)$ irányítatlan gráf, melynek minden éléhez egy pozitív súly tartozik. A gráf minden csúcsa vagy egy raktárat vagy egy boltot jelképez, az élsúlyok a megfelelő távolságokat jelentik. Olyan G' részgráfját keressük G -nek, amely minden csúcsot tartalmaz, és amelyben minden bolthoz van legalább egy raktár, ahonnan oda tudunk szállítani (azaz van köztük út a gráfban). Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust egy a feltételeknek megfelelő minimális összsúlyú G' részgráf megkeresésére.
6. Éllistával adott a $G = (V, E)$ egyszerű, összefüggő gráf. A gráf élei súlyozottak, a súlyfüggvény $c : E \rightarrow \{-1, 1\}$. Adjon algoritmust, ami G -ben $O(|V| + |E|)$ lépésben meghatározza, hogy mennyi a minimális súlya egy olyan részgráfnak, ami G minden pontját tartalmazza és összefüggő.