Schlotter Ildi
ildi@cs.bme.hu

5. gyakorlat
Rendezések

1. A valós számokból álló $a_1, a_2, \ldots a_n$ sorozat olyan, hogy az $a_1^2, a_2^2, \ldots, a_n^2$ dorozat egy darabig nő, aztán csökken. Adjon $O(n)$ összehasonlítást használó algoritmust, ami rendezi az $a_1, \ldots a_n$ sorozatot!

2. Az n méretű (nem feltétlenül rendezett) A tömb elemei különböző pozitív egész számok. Adjon algoritmust, amely meghatároz egy $1 \leq k \leq n$ számot és kiválaszt k különböző elemet az A tömbből úgy, hogy a kiválasztott elemek összege nem több mint k^3. Ha nincs ilyen k, akkor az algoritmus jelezze ezt a tényt. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n \log n)$. (Két szám összehasonlítása, összeadása vagy szorzása egy lépésnek számít.)

3. Legyen adott egy egészekből álló $A[1:n]$ tömb és egy b egész szám. Szeretnénk eldönteni, hogy van-e két olyan $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ index, melyekre $A[i] + A[j] = b$. Oldjuk meg ezt a feladatot $O(n \log n)$ időben!

4. Adott egy dobozban n különböző méretű anyacsavar, valamint egy másik dobozban a hozzájuk illő apacsavarok. Kizárólag a következő összehasonlítási lehetőségünk van: Egy apacsavarhoz hozzápróbálunk egy anyacsavart. A próbának háromféle kimenete lehet: apa $<$ anya, apa $=$ anya, vagy apa $>$ anya; annak megfelelően, hogy az apacsavar külső átmérője hogyan viszonyul az anyacsavar belső átmérőjéhez. Szeretnénk az anyacsavarokhoz megtalálni a megfelelő apacsavarokat. Adjunk erre a feladatra átlagosan $O(n \log n)$ összehasonlítást felhasználó módszert!

5. Vázoljunk egy $O(n)$ időigényű algoritmust (az időkorlát bizonyításával együtt) n olyan egész számból álló sorozat rendezésére, melynek elemei az
(a) $\{1, \ldots, 3n\}$ tartományba esnek!
(b) $\{1, \ldots, n^7 - 1\}$ tartományba esnek!

6. A 4 elemű I abc felett adott két szó: $x = x_1 x_2 \cdots x_n$ és $y = y_1 y_2 \cdots y_k$, ahol $1 \leq k \leq n$ és $x_i, y_j \in I$. Keressük az x szóban az olyan részszavakat, amelyek anagrammái y-nak, azaz az olyan i indexeket, hogy az $x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+k-1}$ betűk megfelelő sorrendbe rakva az y szót adják. Adjon algoritmust, ami x-ben az összes ilyen i helyet $O(n)$ lépésben meghatározza.

7. A (növekvően) rendezett $A[1:n]$ tömb k darab elemét valaki megváltoztatta. A változtatások helyeit nem ismerjük. Javasoljunk $O(n + k \log k)$ költségű algoritmust az így módosított tömb rendezésére!

Gyakorlás:

1. Az egész elemeket tartalmazó $A[1:n]$ tömböt konvexnek nevezzük, ha minden i-re $(1 < i < n)$ teljesül, hogy $A[i] \leq 1/2(A[i-1] + A[i+1])$. Javasoljunk olyan algoritmust, mely minél kevesebb összehasonlítással megtalálja egy konvex tömb minimális elemét!

2. Adott n különböző elem, ezek közül keressük a kicsiket. A beszúrásos, az összefésüléses, illetve a kupacos rendezést a szokásos módon futtatva nagyságrendileg hány összehasonlítást végzünk, amíg megtudjuk, hogy melyik az első k darab legkisebb elem?

3. Adott egy $n \times n$-es mátrix. Adjunk $O(n^2 \log n)$ lépéssszámú algoritmust, amely eldönti, van-e két olyan sor, amelyeknek az első oszlopbeli elemei különböznek, viszont az összes többi oszlopban megegyeznek!

4. Adott egy egész számokat tartalmazó $A[1..n]$ tömb, amelyben legfeljebb n elempár áll inverzióban egymással (két elem akkor áll inverzióban, ha a nagyobb megelőzi a kisebbet). Igaz-e, hogy a buborék-rendezés rendezi az A tömböt
a) legfeljebb n összehasonlítással?
b) legfeljebb n cserével?

5. Rendezzük a következő láncokat a radix rendezés segítségével: $abc,\ acb,\ bca,\ bbc,\ acc,\ bac,\ baa.$

6. Az $A[1:n]$ tömbben egész számokat tárolunk, ugyanaz a szám többször is szerepelhet. Határozzuk meg $O(n \log n)$ lépésben a leggyakoribb számokat, vagyis azokat, amelyeknél többször semelyik másik szám sem fordul elő a tömbben.