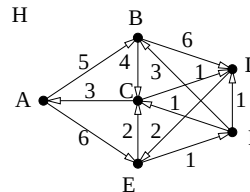


3. gyakorlat Szélességi bejárás, legrövidebb utak

1. Milyen feszítőfát kapunk a G gráf szélességi bejárása esetén, ha $G = K_n$?
És ha $G = K_{n,m}$?



2. Határozza meg az A csúcsból a többibe vezető legrövidebb utak hosszát H -ban a Dijkstra-algoritmussal! Mely élekre igaz, hogy az él súlyát 1-el csökkentve nem változnak meg az A -tól mért távolságok?
3. Éllistával adott egy súlyozott élű $G = (V, E)$ gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1,2,3 számok közül valók. Javasoljunk $O(|V| + |E|)$ költségű algoritmust az $s \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására.
4. Az éllistával adott $G(V, E)$ összefüggő, irányított gráf minden éle az 1, 2, ..., k számok valamelyikével van súlyozva. Egy út értéke legyen az úton található élek súlyainak *maximuma*. Határozza meg $O(|E| \log k)$ lépésben, hogy adott $x, y \in V$ esetén mennyi a lehető legkisebb értékű x -ből y -ba vezető út értéke.
5. A mátrixával adott G irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust az $s \in V(G)$ pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására.
6. Egy bajnokságban $2n$ csapat vesz részt. Minden fordulóban minden csapat pontosan egy mérkőzést játszik. Minden mérkőzést a két résztvevő csapat valamelyikének a pályáján játszanak. A következő k forduló mindegyikére már adott, hogy ki kivel fog játszani, az viszont még nem, hogy melyik mérkőzés kinek a pályáján történjen. Olyan pályabeosztást szeretnénk készíteni az adott mérkőzésekhez, hogy minden csapat felváltva játsszon a saját pályáján és idegenben. Adjon $O(kn)$ lépésszámú algoritmust, ami elkészít egy ilyen pályabeosztást, ha ez lehetséges.
7. Egy n pontú teljes gráf csúcsait kell kiszíneznünk csupa különböző színűre. Összesen $k \geq n$ féle szín áll rendelkezésre, de az egyes pontok színe nem teljesen tetszőleges. Minden v csúcsához adott színeknek egy $S(v)$ listája, a v csúcsot csak az $S(v)$ -ben szereplő színek valamelyikére színezhetjük. Adjon $O(nk^2)$ lépésszámú algoritmust, amely talál a megkötéseknek megfelelő színezés, ha van ilyen.

Gyakorlás:

1. Legyen $G = (V, E)$ mátrixszal adott n pontú, súlyozott élű irányított gráf. Tegyük fel, hogy G nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá a G -beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk $O(|V|^2)$ költségű módszert az $s \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására.
2. Vidéken autózunk, ahol benzinkút csak bizonyos falvakban van. Az A falubeli benzinkúttól indulunk és a B faluba akarunk elérni (ahol szintén van benzinkút). A falvak közötti utakat egy összefüggő, irányítatlan, éllistájával adott $G = (V, E)$ gráf írja le: G csúcsai a falvak, az élek a falvak közötti utakat jelentik, egy él súlya a két falut összekötő útszakasz hossza. Ezen kívül adott még az a k falu, amelyben van benzinkút. Adjon $O(k|E| \log |V|)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza az A -ból B -be vivő legrövidebb olyan útvonalat, melynek során soha nem kell 600 kilométernél többet autóznunk két benzinkút között.
3. Éllistával adott egy G gráf, melynek n csúcsa és e éle van. A gráf minden csúcsához hozzá van rendelve egy 1 és k közötti egész szám (címke). Találjunk (ha létezik) olyan *tarka* utat a gráfban, amelyben minden $1 \leq i \leq k$ címke pontosan egyszer fordul elő. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(k!(e+n))$.
4. Nyári utazásunkra valutát akarunk váltani. A pénzváltó n különböző valutával foglalkozik, a j . fajta 1 egységért r_{ij} -t kell fizetni az i . pénznemben. Az r_{ij} tömb felhasználásával adjon $O(n^3)$ lépéses algoritmust, amely minden valutapárra meghatározza, hogy mi az (esetleg több átváltással) elérhető legjobb átváltási arány!
5. Adott éllistával egy n pontú, e élű összefüggő, irányítatlan G gráf. Adjunk $O(e)$ lépésszámú algoritmust olyan $X \subset V(G)$ központi ponthalmaz keresésére, melyre $|X| \leq n/2$ teljesül! Az $X \subseteq V(G)$ ponthalmaz *központi*, ha G minden pontja vagy X -beli, vagy egyetlen éllel elérhető valamelyik X -beli pontból.
6. Adott $G = (V, E, c)$ irányított élsúlyozott gráfhoz keressünk $O(|V||E|)$ lépésben olyan $\pi(v)$ értékeket minden $v \in V$ esetén, hogy a $c'(uv) = c(uv) + \pi(u) - \pi(v)$ élsúlyok nemnegatívak legyenek. Hogyan használható ez az eljárás legrövidebb utak hosszainak meghatározására?