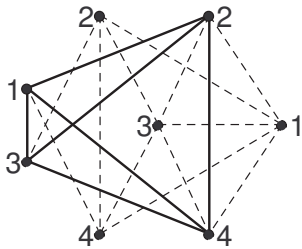
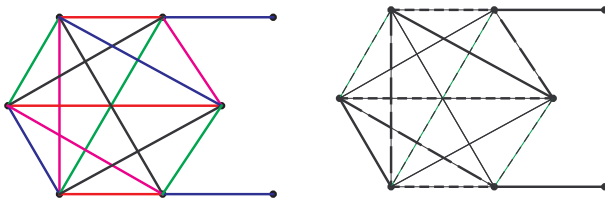


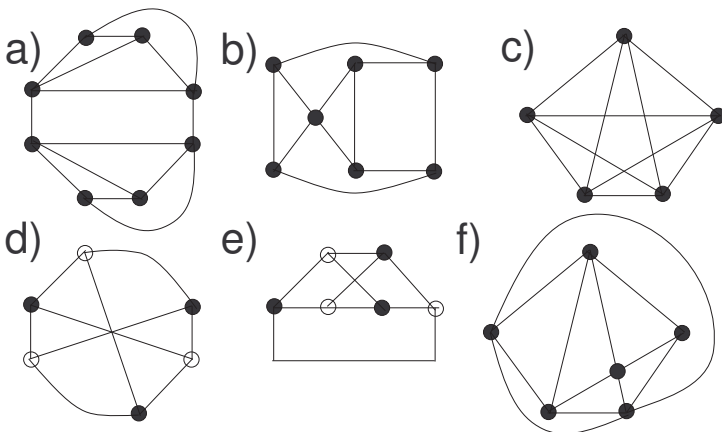
1. 4 színnel színezhető az ábra szerint, és van benne 4 csúcsú klikk is, ezt a megvastagított élek mutatják, tehát 4 szín kell is. Így $\chi = 4$.



2. A gráfnak a maximális fokszáma 4, így χ_e értéke 4 vagy 5. Ha 4 lenne, akkor, mivel 9 csúcs van, minden élből maximum 4 db lehetne, ami összesen 16, pedig valójában 18 éle van a gráfnak. Tehát $\chi_e = 5$.
3. Hagyjuk el a v csúcsot. Minden páratlan kör átment v -n, így a gráfban nem maradt páratlan kör, tehát a maradék páros gráf, ami két színnel színezhető. v megkaphatja a harmadik színt, és ezzel kiszíneztük a gráfot három színnel.
4. A színezés éppen a gráf független pontthalmazokra való felbontás. $\alpha(G)$ definíciója miatt minden színosztály mérete $\leq \alpha$, van belőlük χ darab, tehát összméretük $\leq \chi\alpha$. De együtt az összes csúcsot tartalmazzák, összméretük $n = |V(G)|$ és így $\alpha(G)\chi(G) \geq |V(G)|$.
5. $\Delta = 5$, így χ_e értéke 5 vagy 6. 5 színnel színezhetőek az élek, így $\chi_e = 5$. (Az ábrán ugyanaz a színezés van egyszer tényleg színekkel, egyszer pedig különböző vastagságú/szaggatott vonalakkal jelölve a megfelelő élek színét.)



6. Az a), b) és f) gráfok síkbarajzolhatóak. b)-t úgy rajzoltam le, hogy a jobboldali alsó és felső pontot felcseréltem. A c) topologikusan izomorf K_5 -tel, elég a középső csúcsot elhagyni; a d) és e) $K_{3,3}$ -mal topologikusan izomorf; berajzoltam a $K_{3,3}$ -akat.



7. Nem síkbarajzolható. Például azért nem, mert minden csúcs foka $\binom{4}{2} = 6$, pedig egyszerű síkgráfban mindig van legfeljebb 5-ödfokú pont. De van benne $K_{3,3}$ részgráf is, az 12, 13, 23 az egyik csúcsosztály, a 45, 46, 56 a másik.

8. Íme.

