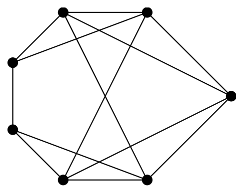
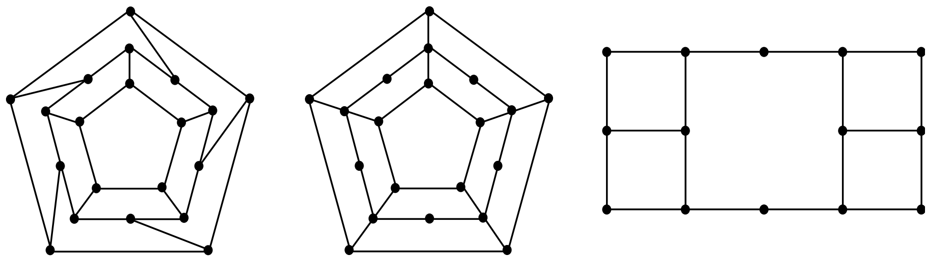
Számítástudomány elemei
3. gyakorlat
2005. 03. 09.

1. Következik-e Dirac tételéből, hogy az alábbi gráfban van Hamilton-kör? Következik-e Ore tételéből?



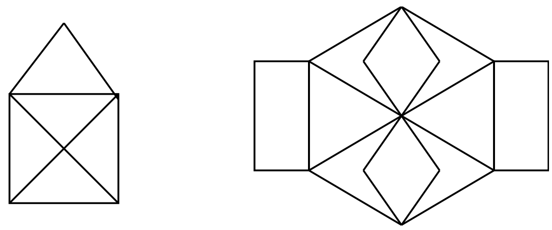
2. A G egyszerű gráf pontjai az $1, 2, \ldots, 100$ számok. Az i és j pontok pontosan akkor vannak éllel összekötve, ha i és j között az eltérés legfeljebb 2. Van-e G-ben Euler-kör illetve Euler-út?

3. Van-e az alábbi gráfokban Hamilton-kör illetve Hamilton-út?



4. Egy 12 fős társaságban mindenki legalább 6 embert ismer. Bizonyítsuk be, hogy a társaság leültethető egy kerek asztal köré úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait.

5. Rajzoljuk le az alábbi ábrákat (külön-külön) egy vonallal, a ceruza felemelése nélkül!



6. A G gráf pontjai egy 16 elemű halmaz 3 elemű részhalmazainak felelnek meg. Két pont akkor van összekötve, ha a pontoknak megfelelő részhalmazok diszjunktak (pl. (1,2,3) össze van kötve (4,5,6)-tal, de nincs összekötve (1,8,10)-zel). Van-e a G gráfnak Hamilton-köre illetve Euler-köre?

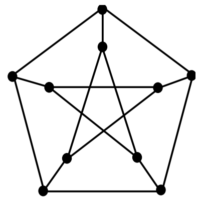
7. Egy gráf csúcsainak fokszámai rendre a következők:

   2,2,3,3,4,4,4,4,4,4

   Következik-e ebből, hogy a gráfban van Euler-út?

8. Bizonyítsuk be, hogy ha egy gráfban minden csúcs foka 4, akkor az élei kiszínezhetőek két színnel, pirossal és kékkel úgy, hogy minden csúcsból két piros és két kék él induljon ki.

*1. Van-e Hamilton-köre az alábbi gráfnak (ez az ún. Petersen-gráf)?



*2. Az n-dimenziós kockát többféleképpen lehet definiálni, itt leírok két lehetőséget. Az első rekurzív: vegyük az $n-1$ dimenziós kocka két példányát, és kössük össze az egymásnak megfelelő csúcsokat (könnyen el lehet képzelni, amint két négyzetből megkapjuk így a kockát). A másiknál legyenek a csúcsok az n hosszú 0-1 sorozatok, és kettő között él fut, ha a megfelelő sorozatok csak egy helyen különböznek. (Miért ugyanaz a két definíció?)

Milyen n-re van Hamilton-köre az n-dimenziós kockának?