Számítástudomány alapjai
2. gyakorlat
2005. 09. 22.

1. Egy osztályban három szakkör van: matematika, biológia és kémia. 24 diák jár legalább egyre. Öten vannak, akik biológiára és matekra is járnak. Ugyancsak öten vesznek részt biológián és kémián. Hét olyan ember van, akik matekra és kémiára is járnak, három szorgos diák pedig mind a három szakkörön részt vesz. Hányan járnak pontosan egy szakkörre?

2. Az $1, 2, \ldots, 2004$ számok közül kiválasztottunk 1003-at. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, melyek összege osztható 2005-tel.

3. Hányféleképp lehet az 52 lapos franciakártya csomagot 4 ember között kiosztani úgy, hogy mindenki 13 lapot kap, és mind a 4 ászt ugyanaz az ember kapja?

4. Van-e olyan G gráf, melyben minden csúcs foka különböző? És ha a gráf egyszerű?

5. Határozzuk meg az összes, páronként nem izomorf egyszerű gráfot, melyre

   (a) v=4, e=5

   (b) v=5, e=3

   (c) v=5, e=7

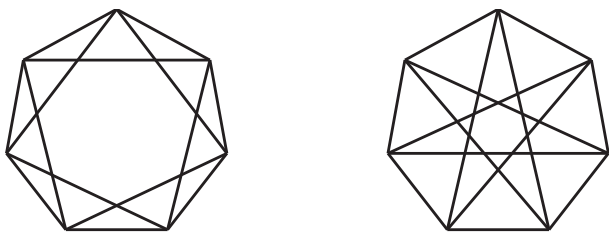
6. Van-e olyan egyszerű gráf, melyben a pontok foka rendre

   (a) 1,2,2,3,3,3

   (b) 1,1,2,2,3,4,4

   (c) 5,5,5,6,6,6,7,7,7

7. Izomorf-e az alábbi két gráf?

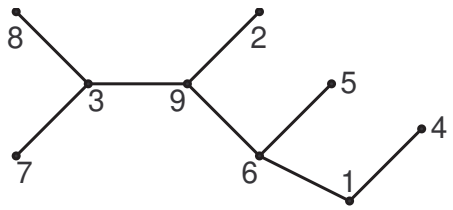


8. Van-e a komplementerével izomorf

   (a) 5-pontú,

   (b) 6-pontú gráf?

9. (a) Adjuk meg az alábbi fa Prüfer-kódját:



   (b) Mely fa Prüfer-kódja az 1661174 sorozat?

   (c) És a 2527164?

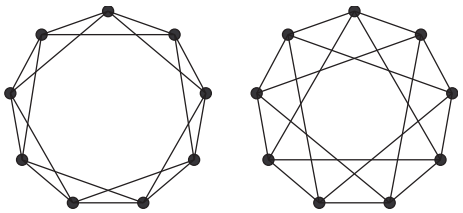
10. Legyen Δ egy fában a maximális fokszám. Bizonyítsuk be, hogy a fa legalább Δ darab elsőfokú pontot tartalmaz.

11. Hány olyan fa van n számozott ponton, amelyben pontosan 3 elsőfokú pont van?

12. Hány olyan fa van az $1, 2, \ldots, n$ pontokon, amelyben az 1-es és a 2-es csúcs is elsőfokú? (Esetleg lehetnek további elsőfokú csúcsok.)

13. Melyek azok az összefüggő gráfok, amelyekben bármely két élnek van közös pontja?

*14. Izomorf-e az alábbi két gráf?



*15. Bizonyítsuk be, hogy az olyan fák száma a $v_1, v_2, \ldots v_n, w_1, w_2, \ldots, w_m$ csúcsokon, melynek minden éle egy v_i és egy w_j csúcs között fut, $m^{n-1}n^{m-1}$.