

1. Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?
Input: Egy síkba rajzolható G gráf és k szám.
Kérdés: Van-e G -ben k méretű klikk?
2. (a) Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?
Input: Összefüggő $n = 5k$ pontú gráf.
Kérdés: Van-e a gráfban pontosan k hosszú kör?
 (b) Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?
Input: Összefüggő $n = 5k$ pontú gráf.
Kérdés: Van-e a gráfban legalább k hosszú kör?
3. Határozzuk meg az alábbi számok legnagyobb közös osztóját a prímtényezősz felbontásukból és az euklideszi algoritmus segítségével is!
 - (a) (1560; 6084)
 - (b) (572; 6375)
 - (c) (7425; 24375)
4. Döntsük el, hogy megoldhatók-e az alábbi kongruenciák, és a megoldhatókat oldjuk meg:
 - (a) $3x \equiv 5 \pmod{7}$,
 - (b) $14x \equiv 8 \pmod{21}$,
 - (c) $11x \equiv 12 \pmod{18}$,
 - (d) $9x \equiv 24 \pmod{96}$,
 - (e) $ax \equiv 5 \pmod{35}$, ha $a = 5, 6$ vagy 7 ,
 - (f) $ax \equiv 3 \pmod{21}$, ha $a = 6, 7$ vagy 8 ,
 - (g) $ax \equiv b \pmod{12}$, ha $a = 4$ vagy 5 , $b = 2$ vagy 3 ,
5. Bizonyítsuk be, hogy nem létezik olyan 3 jegyű szám, melynek osztóinak száma osztható volna 11-gyel!
6. Hány olyan $a, b \in \mathbb{N}$ pár van, melyre $(a, b) = 12$ és $[a, b] = 240$? Soroljuk fel az összes lehetséges esetet!
7. Mutassuk meg, hogy $\varphi(2p^2) = p(p - 1)$.
8. Legyen $p > 2$ prímszám és X egy p elemű halmaz. Bizonyítsuk be, hogy X összes valódi részhalmazainak száma osztható p -vel! (\emptyset és X nem valódi részhalmazok.)
9. Bizonyítsuk be, hogy végtelen sok n -re teljesül, hogy $d(n + 1) \geq 2d(n)$.
10. Bizonyítsuk be, hogy az 561 Carmichael szám, azaz olyan m összetett szám, melyre bármely a természetes szám esetén igaz, hogy $m|a^m - a!$ (Ez a "kis" Fermat-tétel alapján prímeekre mindig teljesül.)