

1. (a) Legyen  $S$  olyan szubrutin, mely tetszőleges  $n$  pontú gráfról eldönti, hogy van-e benne legalább  $k$  db független pont. Készítsünk olyan algoritmust, amely  $S$ -nek polinom számú hívásával talál ilyen független ponthalmazt, ha egyáltalán létezik!
- (b) Legyen  $S$  olyan szubrutin, mely tetszőleges  $n$  pontú gráfról eldönti, hogy van-e benne legalább  $\frac{n}{2}$  db független pont. Készítsünk olyan algoritmust, amely  $S$ -nek polinom számú hívásával talál ilyen független ponthalmazt, ha egyáltalán létezik!
2. Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Egy  $G$  gráf  
*Kérdés:* Kiszínezhető-e  $G$  négy színnel úgy, hogy a színek közül az egyiket csak legfeljebb egy, egy másikat csak legfeljebb két pont színezésére használjuk?
3. Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Egy  $G$  gráf és  $x, y \in V(G)$   
*Kérdés:* Kiszínezhető-e  $G$  három színnel jól úgy, hogy  $x$  és  $y$  színe különböző legyen?
4. Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Egy síkba rajzolható  $G$  gráf és  $k$  szám  
*Kérdés:* Van-e  $G$ -ben  $k$  méretű klikk?
5. Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Egy  $G$  gráf és  $e \in E(G)$   
*Kérdés:* Van-e  $G$ -ben  $e$ -n átmenő Hamilton-kör?
6. Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Egy  $G$  gráf és  $e \in E(G)$   
*Kérdés:* Van-e  $G$ -ben  $e$ -n átmenő kör?
7. Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Egy  $G$  gráf és  $x, y \in V(G)$   
*Kérdés:* Kiszínezhető-e  $G$  három színnel jól úgy, hogy  $x$  és  $y$  színe azonos legyen?
8. (a) Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Összefüggő  $n = 5k$  pontú gráf  
*Kérdés:* Van-e a gráfban pontosan  $k$  hosszú kör?
- (b) Milyen a bonyolultsága az alábbi feladatnak?  
*Input:* Összefüggő  $n = 5k$  pontú gráf  
*Kérdés:* Van-e a gráfban legalább  $k$  hosszú kör?
- 1\*. Legyen adott egy  $n \times n$  pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefele haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfele eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefele eső fehér pixelek számának az összege a lehető legkisebb legyen. Oldjuk meg ezt a feladatot  $O(n^2)$  időben!