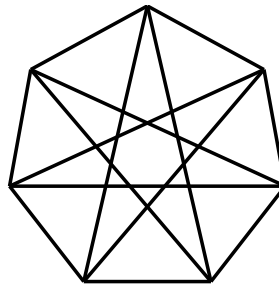
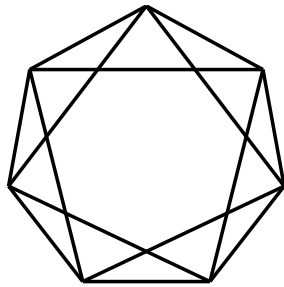
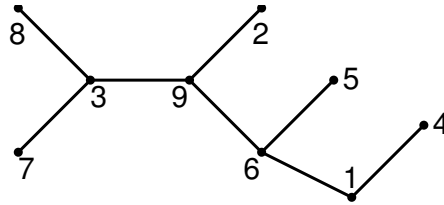


1. Az  $1, 2, \dots, 2004$  számok közül kiválasztottunk 1003-at. Bizonyítsuk be, hogy van köztük kettő, melyek összege osztható 2005-tel.
2. Van-e olyan  $G$  gráf, melyben minden csúcs foka különböző? És ha a gráf egyszerű?
3. Határozzuk meg az összes, páronként nem izomorf egyszerű gráfot, melyre
  - (a)  $v=4, e=5$
  - (b)  $v=5, e=3$
  - (c)  $v=5, e=7$
  - (d)  $v=5, e=8$
  - (e)  $v=5$ , minden pont foka legalább 3
4. Van-e olyan egyszerű gráf, melyben a pontok foka rendre
  - (a) 1,2,2,3,3,3
  - (b) 1,1,2,2,3,4,4
  - (c) 5,5,5,6,6,6,7,7,7
  - (d) 1,2,2,3,4,4,5,6,6
  - (e) 1,1,3,3,3,3,5,6,8,9
  - (f) 2,3,3,4,5,6,7
  - (g) 1,3,3,4,5,6,6?
5. Igaz-e, hogy vagy a  $G$  gráf, vagy a komplementere összefüggő?
6. Izomorf-e az alábbi két gráf?



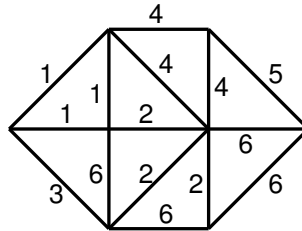
7. Melyek azok a gráfok, amelyekben bármely két élnek van közös pontja?
8. Rajzoljunk a komplementerével izomorf
  - (a) 5-pontú
  - (b) 6-pontú gráfot!
9. Legyen  $\Delta$  egy fában a maximális fokszám. Bizonyítsuk be, hogy a fa legalább  $\Delta$  darab elsőfokú pontot tartalmaz.

10. (a) Adjuk meg az alábbi fa Prüfer-kódját:



(b) Mely fa Prüfer-kódja a 447741 sorozat?

11. Keressünk egy minimális összsúlyú feszítőfát az alábbi gráfban és azt is határozzuk meg, hány minimális összsúlyú feszítőfa van!



\*1. Bizonyítsuk be, hogy

$$\sum_{i=1}^n \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}.$$

\*2. A Kovács házaspár bulit rendez, négy másik párt hívnak meg, így összesen tízen vannak. A résztvevők közül csak némelyek ismerik egymást, mások nem, de természetesen mindenki ismeri a házastársát. Kovács úr megfigyeli, hogy ha a többieket végigkérdezné, hány ismerősük van a jelenlevők között, mind a kilenc megkérdezett más választ adna. Hány ismerőse van a jelenlevők között Kovácsnének? (Az ismeretségek kölcsönösek.)