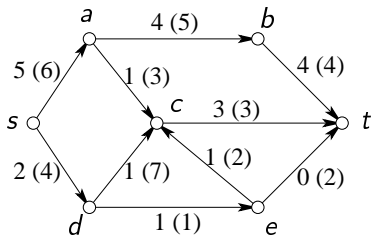


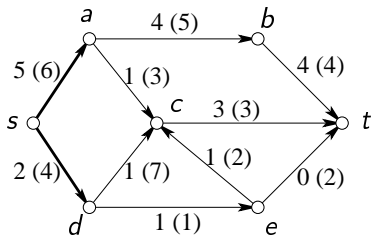
Maximális folyam, minimális vágás keresése javító utakkal

Összeállította: Héger Tamás

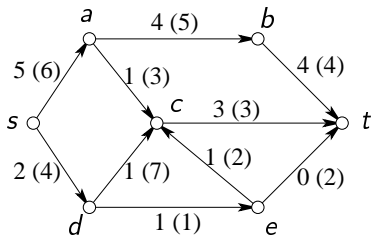
2024



Adott egy hálózat és azon egy folyam.



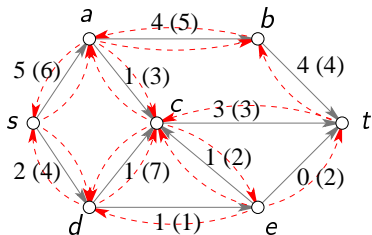
A folyam nagysága $5 + 2 = 7$. Lehet-e növelni a folyamot?



Készítsük el a segédgráfot:

- a csúcsok maradnak ugyanazok;
- ha egy élen a folyam értéke növelhető, akkor vegyük be azt az élt az eredeti irányítással;
- ha egy élen a folyam értéke csökkenthető, akkor vegyük be azt az élt a fordított irányítással.

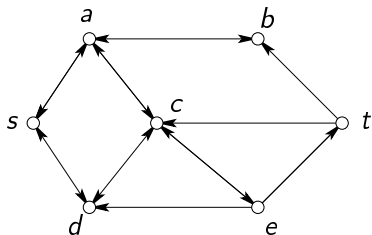
Egyes élek így mindkét irányban szerepelnek a segédgráfban.



Készítsük el a segédgráfot:

- a csúcsok maradnak ugyanazok;
- ha egy élen a folyam értéke növelhető, akkor vegyük be azt az élt az eredeti irányítással;
- ha egy élen a folyam értéke csökkenthető, akkor vegyük be azt az élt a fordított irányítással.

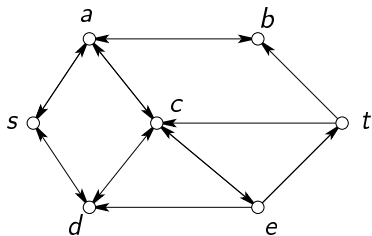
Egyes élek így mindkét irányban szerepelnek a segédgráfban.



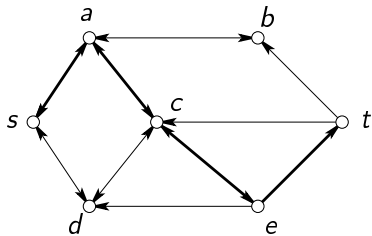
Készítsük el a segédgráfot:

- a csúcsok maradnak ugyanazok;
- ha egy élen a folyam értéke növelhető, akkor vegyük be azt az élt az eredeti irányítással;
- ha egy élen a folyam értéke csökkenthető, akkor vegyük be azt az élt a fordított irányítással.

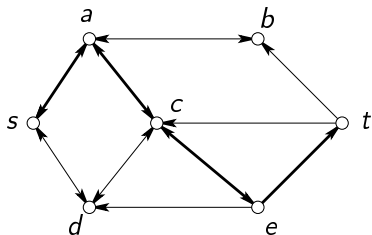
Egyes élek így mindkét irányban szerepelnek a segédgráfban.



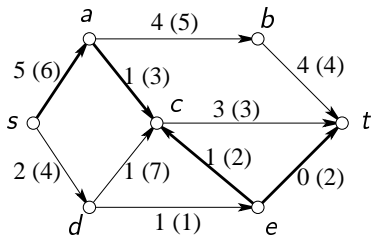
Keressünk a segédgráfban irányított utat s -ből t -be.



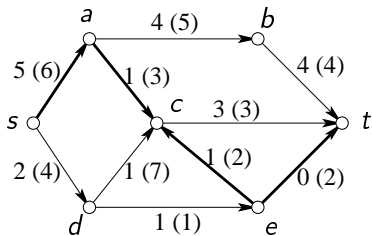
Keressünk a segédgráfban irányított utat s -ből t -be.



Ha van ilyen, tekintsük a benne szereplő éleket az *eredeti* gráfban: ez egy javító út (nem feltétlenül irányított út).

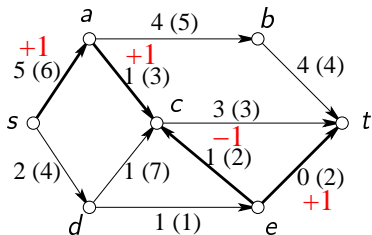


Ha van ilyen, tekintsük a benne szereplő éleket az *eredeti* gráfban: ez egy javító út (nem feltétlenül irányított út).



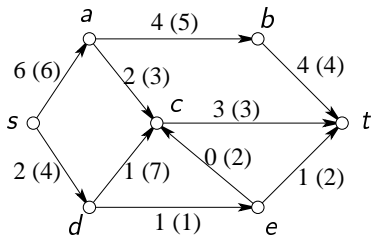
- Ha egy él a javító úton t felé mutat, akkor azon az élen növelünk;
- ha egy él a javító úton s felé mutat, akkor azon az élen csökkentünk.

A növelésekhez / csökkentésekhez ugyanazt a számot használjuk, a legnagyobbat, mellyel nem sérül a kapacitásfeltétel és a nemnegativitás.

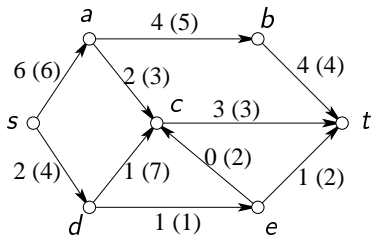


- Ha egy él a javító úton t felé mutat, akkor azon az élen növelünk;
- ha egy él a javító úton s felé mutat, akkor azon az élen csökkentünk.

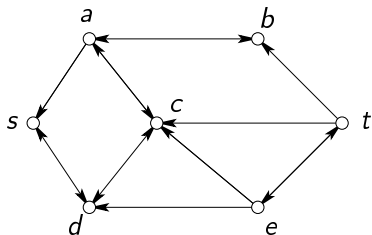
A növelésekhez / csökkentésekhez ugyanazt a számot használjuk, a legnagyobbat, mellyel nem sérül a kapacitásfeltétel és a nemnegativitás.



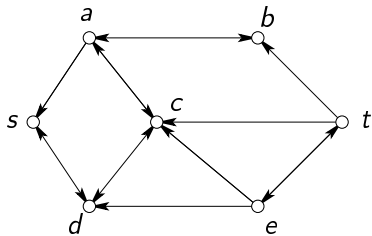
Így kaptunk egy nagyobb folyamatot.



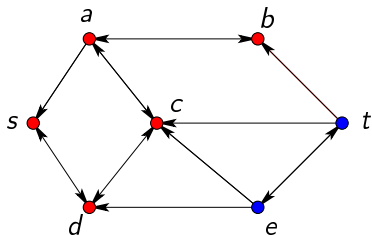
Növelhető-e tovább?



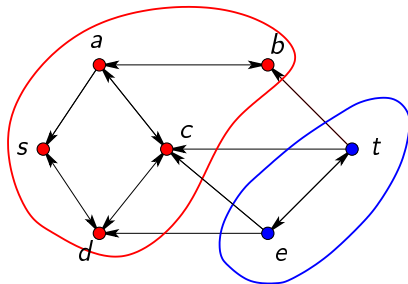
Ismét elkészítjük a segédgráfot (elég azokat az éleket fölülvizsgálni, melyek szerepeltek a javító útban).



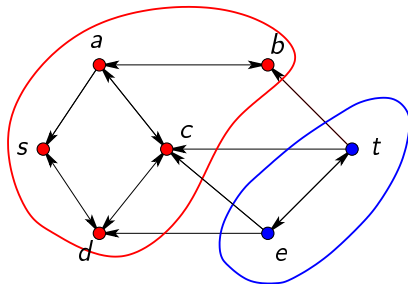
Nem tudunk irányított úton t -be érni.



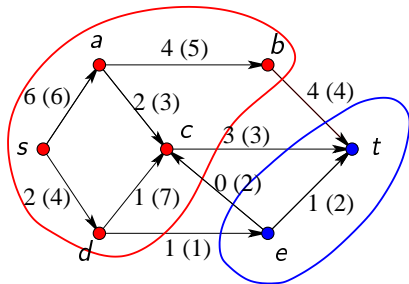
Legyen $X = \{s, a, b, c, d\}$ az s-ből elérhető, $Y = \{e, t\}$ pedig a többi csúcs.



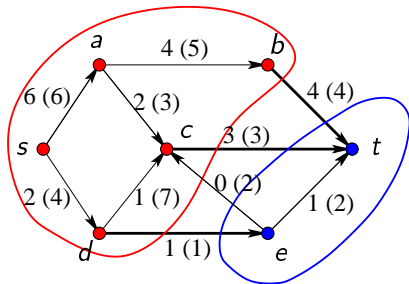
Legyen $X = \{s, a, b, c, d\}$ az s-ből elérhető, $Y = \{e, t\}$ pedig a többi csúcs.



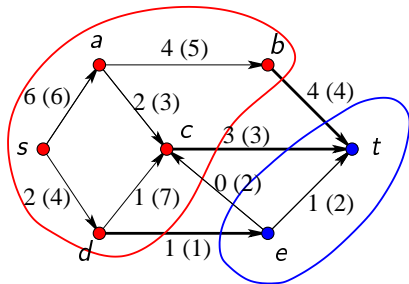
Az X által indukált vágás kapacitása az eredeti gráfban az X -ből Y -ba lépő élek kapacitásainak összege.



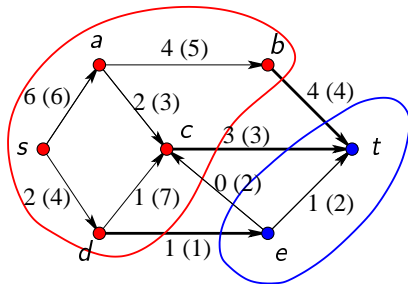
Az X által indukált vágás kapacitása az eredeti gráfban az X -ből Y -ba lépő élek kapacitásainak összege.



Az X által indukált vágás kapacitása az eredeti gráfban az X -ből Y -ba lépő élek kapacitásainak összege.



Ez $4 + 3 + 1 = 8$, megegyezik a folyam nagyságával ($6 + 2$).



Mivel egyetlen folyam nagysága sem lehet nagyobb egyetlen vágás kapacitásánál sem, a talált folyam maximális, a talált vágás minimális.