Bevezetés a Számításelméletbe 1. 2011. szeptember 5.
Kurzus: 22

1. gyakorlat
Koordinátageometria

1. Egy sík egyenlete $x + y + z = 5$, egy másiké $2x - y - 2z = 3$. Határozza meg a két sík metszésvonalának azt a pontját, amelyik az xy síkba (vagyis az x tengely és az y tengely által meghatározott síkba) esik!

2. Határozza meg a szereplő paraméterek értékét úgy, hogy a megadott síkok metszete egy egyenes legyen!

   a) Az egyik sík egyenlete $2x + y - z = 2$, a másiké $4x + p \cdot y - 2z = q$.

   b) Az egyik sík egyenlete $3x + 2y + z = 2$, a másiké $2x + 3y + 2z = 4$, a harmadiké $5x + 5y + 3z = p$.

3. Írja fel az $A(1, 2, -1)$, $B(2, -2, 3)$ és $C(1, 0, -2)$ pontokon átmenő sík egyenletét!

4. Adja meg annak a síknak az egyenletét, amelyik párhuzamos a $2x-5y+3z = 8$ egyenletű síkkal és átmegy a $(2, -1, 0)$ ponton!

5. Tekintsük az $x = 3t+2$, $y = -2t+1$, $z = 2t+5$ paraméteres egyenletrendszerrel megadott egyenest.

   a) Határozza meg egy irányvektorát!

   b) Adja meg egy ezzel párhuzamos, az $(1, 1, 1)$ ponton átmenő egyenes (paraméteres) egyenletrendszerét!

6. Adja meg az $A(1, 2, 3)$ és $B(-1, -3, -3)$ pontokon átmenő egyenes egyenletrendszerét!

7. Írja fel a $P(1, -2, 0)$ ponton áthaladó és az $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{4} = \dfrac{z+1}{3}$ egyenessel párhuzamos egyenes egyenletrendszerét!

8. Írja fel az $A(1, 4, -1)$ ponton átmenő, az $\dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y-10}{-2} = \dfrac{z+8}{3}$ egyenletrendszerű egyenesre merőleges sík egyenletét!

9. Írja fel az $A(2, -5, -2)$ ponton átmenő, a $z = 4x + 7$ egyenletű síkra merőleges egyenes egyenletét!

10. A t paraméter milyen valós értékére döfi az $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{5}$ egyenletrendszerű egyenes a $8x+t\cdot y+12z=19$ síkot?

11. A tanult műveletekkel (összeadás, skalárral való szorzás) előállítható-e

    a) $\mathbb{R}^2$-ben az $u_1=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ és $u_2=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ vektorokból a $v=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$?

    b) $\mathbb{R}^3$-ben az $u_1=\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}$, $u_2=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$, és $u_3=\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ vektorokból a $v=\begin{pmatrix}2\\4\\6\end{pmatrix}$?

12. Mely $\mathbb{R}^4$-beli vektorok állíthatól elő az alábbi vektorokból?

$$u_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix},\quad u_2=\begin{pmatrix}1\\2\\1\\-2\end{pmatrix},\quad u_3=\begin{pmatrix}2\\3\\2\\-3\end{pmatrix},\quad u_4=\begin{pmatrix}1\\1\\1\\-1\end{pmatrix},\quad u_5=\begin{pmatrix}0\\\sqrt{2}\\0\\\sqrt{2}\end{pmatrix}.$$

13. Mely $\mathbb{R}^{10}$-beli vektorok állíthatól elő az alábbi $u_1,u_2,\cdots,u_{10}$ vektorokból, ha az u_i vektor $(1\le i\le 10)$

    a) i-edik koordinátája $5i$, a többi koordinátája 0?

    b) ay első i koordinátája 2^i, a többi koordinátája 0?

14. Egy dobozban 15 piros, 23 kék és 7 zöld golyó van. Hányat kell csukott szemmel kihúzni ahhoz, hogy biztosan legyen köztük

    a) legalább két különböző?

    b) legalább három egyforma?

    c) legalább négy piros?

15. Egy 5×5 sakktábla minden mezőjén van egy bogár. Adott pillanatban mindegyik bogár átmászik egy szomszédos mezőre (olyanra, aminek van közös éle azzal a mezővel, ahol eredetileg volt). Lehetséges-e, hogy ez után is minden mezőn egy bogár van?

    Mi a helyzet, ha a tábla mérete $n\times n$?