

Minimális feszítőfa

- Legyen G egy irányítatlan gráf a következő éllistával (zárójelben a súlyok):
 $a: b(2), c(3); \quad b: a(2), d(2); \quad c: a(3), d(1); \quad d: b(2), c(1), e(2), f(4);$
 $e: d(2), f(1), g(2); \quad f: d(4), e(1), g(2), h(1); \quad g: e(2), f(2), h(3); \quad h: f(1), g(3);$
 Keressen G -ben minimális költségű feszítőfát
 (a) a Jarnik-Prim-algoritmussal!
 (b) Kruskal algoritmusával!
- Mátrixával adott egy G irányítatlan súlyozott gráf. Adott még a G -nek egy F minimális súlyú feszítőfája, és az F -nek egy f éle. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy az f él súlyát meddig lehet úgy felemelni, hogy az F a gráf minimális feszítőfája maradjon.
- Mátrixával adott egy $G(V, E)$ irányítatlan gráf, melynek minden éléhez egy pozitív súly tartozik. A gráf minden csúcsa vagy egy raktárat vagy egy boltot jelképez, az élsúlyok a megfelelő távolságokat jelentik. Olyan G' részgráfját keressük G -nek, amely minden csúcsot tartalmaz, és amelyben minden bolthoz van legalább egy raktár, ahonnan oda tudunk szállítani (azaz van köztük út a gráfban). Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust egy, a feltételeknek megfelelő minimális összsúlyú G' részgráf megkeresésére.
- A szoftverpiacon n féle grafikus formátum közötti oda-vissza konverzióra használatos programok kaphatók: az i -edik és a j -edik között oda-vissza fordító program ára a_{ij} , futási ideje pedig t_{ij} (ha létezik).
 (a) Javasoljunk módszert annak megtervezésére, hogy a kedvenc formátumunkra minden egyes formátumról a lehető leggyorsabban konvertáljunk! (Az ár nem számít.)
 (b) Javasoljunk módszert annak eldöntésére, hogy mely programokat vásároljuk meg, ha azt szeretnénk a lehető legolcsóbban megoldani, hogy a megvett programok segítségével bármelyik formátumról bármelyik más formátumra képesek legyünk konvertálni. (Itt a futási idő nem számít.)
- Éllistával adott a $G = (V, E)$ egyszerű, összefüggő gráf. A gráf élei a $c : E \rightarrow \{-1, 1\}$ súlyfüggvénnyel súlyozottak. Adjon algoritmust, ami G -ben $O(|V| + |E|)$ lépésben meghatározza, hogy mennyi a minimális súlya egy olyan részgráfnak, ami G minden pontját tartalmazza és összefüggő.
- Egy téglalap alaprajzú irodát $k \times n$ egyforma kis négyzet alakú részre osztunk. Az építész berajzolta az összes lehetséges falat, ezzel egy $k \times n$ méretű négyzetrácsot kapott. A kis négyzeteket határoló falak egy részét ki akarjuk hagyni oly módon, hogy a bal alsó sarokban levő négyzetből indulva mindenhova el tudjunk jutni. Adott minden falra, hogy annak kihagyása mennyi költséggel jár. Adjon $O(k^2 n^2)$ lépésszámú algoritmust, amivel meghatározhatjuk, hogy mely falakat hagyjuk ki ha a célunk a költség minimalizálása.
- A $G = (V; E)$ összefüggő, irányítatlan súlyozott gráfban $|E| \leq |V| + 2013$. Adjon $O(|V|)$ lépésszámú algoritmust egy minimális feszítőfa meghatározására!
- Legyen $G = (V, E)$ egy súlyozott irányítatlan gráf, amiben minden él súlya pozitív. Tegyük fel, hogy G összefüggő, de nem teljes gráf. A G gráfhoz egy 0 súlyú élt akarunk hozzáadni úgy, hogy a keletkező G' gráfban a minimális feszítőfa súlya a lehető legkisebb legyen. Adjon algoritmust ami a mátrixával adott G gráfra $O(|V|^3)$ lépésben meghatározza, hogy melyik két, a G -ben nem összekötött pont közé húzzuk be az új élet.