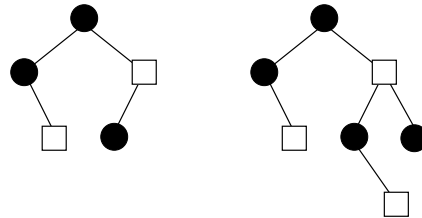


Láda, radix, adatszerkezetek

1. A  $G = (V, E)$  többszörös élet nem tartalmazó irányított gráf csúcshalmaza legyen  $V = \{1, 2, \dots, n\}$ . Tegyük fel, hogy a gráf olyan éllistával adott, amelyben minden csúcsnál a szomszédok tetszőleges sorrendben vannak felsorolva. Adjon algoritmust, ami  $O(|V| + |E|)$  lépésben olyan éllistát hoz létre, amiben a szomszédok minden csúcsnál növekvő sorrendben vannak!
2. Legyenek  $S_1, \dots, S_k$  olyan nemüres halmazok, melyek elemszámainak összege  $n$ , elemeik 1 és  $n$  közé esnek. Mutasson algoritmust, mely az összes  $S_i$  ( $1 \leq i \leq k$ ) halmazt rendezi  $O(n)$  idő alatt!
3. Határozza meg azokat a bináris fákat, amelyekben a preorder bejárás szerinti sorrend éppen a postorder bejárás által adott sorrend fordítottja!
4.  $n$  egész számot az  $A$  keresőfában,  $m$ -et pedig a  $B$  keresőfában tárolunk. Rendezze ezt az  $n + m$  elemet  $O(n + m)$  lépésben!
5. Adott egy  $n$  csúcsú bináris keresőfa. Ennek minden  $v$  csúcsára meg akarjuk határozni, hogy a  $v$  gyökerű részében hány darab  $v$ -nél kisebb elem van tárolva. Adjon algoritmust, ami ezt a feladatot  $O(n)$  lépésben megoldja!

6. Lehetséges-e, hogy az alábbi rajzokon egy-egy piros-fekete fa belső csúcsait ábrázoltuk?



7. Milyen lehet egy olyan piros-fekete fa, aminek minden csúcsa fekete?
8. Illessze be egy kezdetben üres piros-fekete fába sorban a 8, 2, 4, 7, 5, 3, 1, 6 elemeket!
9. Mennyi a tárolható elemek számának minimuma, illetve maximuma egy olyan piros-fekete fában, aminek a fekete magassága 3?
10. Mutassa meg, hogy  $O(n)$  forgatással bármely két  $n$  csúcsú bináris fa átalakítható azonos alakúra!
11. Illessze be egy kezdetben üres 2-3-fába sorban a következő betűket:  $E, B, F, A, C, D$ .
12. Az  $[1, 178]$  intervallum összes egészei egy 2-3 fában helyezkednek el. Tudjuk, hogy a gyökérben két kulcs van, és az első kulcs a 17. Mi lehet a második?
13. Tervezzon adatstruktúrát a következő feltételekkel. Természetes számokat kell tárolni, egy szám többször is szerepelhet. A szükséges műveletek:  
 BESZÚR( $i$ ):  $i$  egy újabb példányát tároljuk  
 TÖRÖL( $i$ ):  $i$  egy tetszőleges példányát töröljük  
 MINDTÖRÖL( $i$ ):  $i$  összes példányát töröljük  
 DARAB( $i$ ): visszaadja, hogy hány példány van  $i$ -ből  
 ELEM( $K$ ): megmondja, a nagyság szerinti rendezésben a  $K$ -adik elem értékét.  
 Az adatstruktúra legyen olyan, hogy ha  $m$  féle elemet tárolunk, akkor mindegyik művelet lépésigénye  $O(\log m)$ .  
 (Például ha a tárolt elemek 1,1,3,3,3,8, akkor DARAB(1)=2, ELEM(4)=3 és  $m = 3$ .)
14. Két mezőből álló rekordokat szeretnénk tárolni, melyek mezői: *személynév* valamint *telefonszám*. A következő műveleteket kell hatékonyan megvalósítani: rekord beillesztése, törlése, keresés név, illetve telefonszám alapján, *tól-ig* típusú kérdések a személynévre vonatkozóan. Javasoljon egy hatékony adat-szerkezetet és elemezze a költségét!