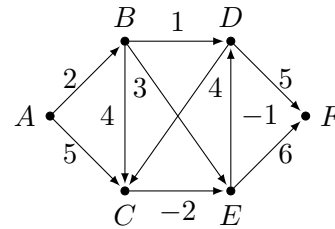
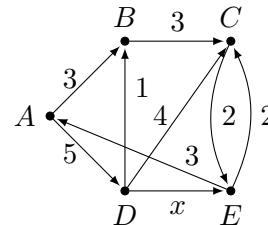


Legrövidebb utak

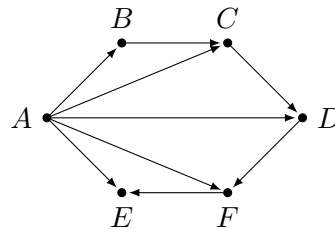
1. Határozza meg az  $A$  csúsból induló legkisebb súlyú utak hosszát, valamint az összes csúcspár közötti legkisebb súlyú utak hosszát!



2. Dijkstra-algoritmussal határozza meg az alábbi gráfban az  $A$  pontból az összes többi pontba menő legrövidebb utak hosszát az  $x$  pozitív valós paraméter függvényében. Minden lépésnél írja fel a távolságokat tartalmazó  $D$  tömb állapotát és a KÉSZ halmaz elemeit.



3. Az alábbi gráfon a Bellman-Ford-algoritmust futtattuk az  $A$  pontból. A keletkezett táblázat megadott első két sorából határozza meg az egyes élek súlyát, és adja meg a táblázat további sorait!



	A	B	C	D	E	F
1.	0	5	10	12	15	11
2.	0	5	6	11	13	9
3.						
...						

4. Adja meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amely(ek)re az alábbi táblázat a Dijkstra-algoritmusban szereplő  $D[]$  tömb változásait mutathatja!

$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
0	2	6	$\infty$	$\infty$	7
0	2	5	9	$\infty$	6
0	2	5	6	9	6
0	2	5	6	8	6
0	2	5	6	7	6

5. A mátrixával adott  $G$  irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjon  $O(n^2)$  lépésszámú algoritmust az  $s \in V(G)$  pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására!
6. Legyen  $G = (V, E)$  mátrixszal adott  $n$  pontú, súlyozott élű irányított gráf. Tegyük fel, hogy  $G$  nem tartalmaz negatív összhosszúságú irányított kört, továbbá azt, hogy a  $G$ -beli egyszerű irányított utak legfeljebb 25 élből állnak. Javasoljunk  $O(n^2)$  költségű módszert az  $s \in V$  pontból az összes  $v \in V$  pontba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására!
7. A  $G = (V, E)$  irányított gráfban a csúcsok egy része fontos, ezeknek a csúcsoknak a halmaza az  $\emptyset \neq F \subseteq V$ . A gráf minden éléhez tartozik egy pozitív élsúly. Az  $u \in F$  fontos csúcs távolsága a  $v \in F$  fontos csúctól a legrövidebb olyan  $u$ -ból  $v$ -be menő út hossza, aminek nincs  $u$ -tól és  $v$ -től különböző fontos csúcsa. Legyen a gráf a mátrixával adott, és minden csúcsra adott az is, hogy fontos csúcs-e. Adjon algoritmust ami  $O(|V|^2|F|)$  lépésben meghatározza az összes fontos csúcspár közötti távolságot!
8. (a) Építsen kupacot az alábbi tömbből: 4, 3, 5, 21, 2, 7, 12, 6.  
(b) Szűrje be az így kapott kupacba az 1 számot.  
(c) Hajtson végre két egymást követő MINTÖR-t az így kapott kupacon.
9. Egy  $n$  elemű tömbben egy kupacot tárolunk. Hogyan találhatjuk meg a benne tárolt ötödik legkisebb elemet?
10. Igazolja, hogy egy  $n$  elemből álló kupac felépítése  $\Omega(n)$  összehasonlítást igényel!