

Bejárások

- Adott a  $G$  irányítatlan gráf a következő éllistával:  $a:b, c; b:a, d; c:a, d; d:b, c, e, f; e:d, f, g; f:d, e, g, h; g:e, f, h; h:f, g$ ;  
Adjon meg  $G$ -ben egy  $a$ -ból kiinduló szélességi és egy mélységi feszítőfát! Mennyi lesz a csúcsok  $a$ -tól való távolsága?
- Hogyan járja be a szélességi, illetve a mélységi bejárás a  $K_n$  és a  $K_{n,n}$  gráfokat?
- Egy irányítatlan gráf minden szélességi feszítőfája (irányítatlan gráfként nézve) csillag. Mit mondhatunk a gráfról?
- Éllistával adott a súlyozott élű  $G(V, E)$  gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1, 2, 3 számok közül valók. Javasoljunk  $O(|V| + |E|)$  költségű algoritmust az  $s \in V$  pontból az összes további  $v \in V$  pontokba vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására!
- Egy irányított gráfban a csúcsoknak három diszjunkt részhalmaza van kijelölve:  $A$ ,  $B$  és  $C$ . Adjon algoritmust, ami eldönti, hogy van-e a gráfban olyan irányított séta, ami  $A$ -ból indul, átmegy legalább egy  $B$ -beli ponton és  $C$ -ben végződik.
- Éllistájukkal adottak az alábbi  $G_1$  és  $G_2$  irányított gráfok.  
 $G_1$ :  $a:b, c; b:d; c:b, d; d:e; e:c$ ;  
 $G_2$ :  $a:g, f; b:a, g; c:-; d:-; e:c, d; f:e; g:f, e$ ;  
(a) Döntsük el a mélységi bejárás segítségével, hogy ezek a gráfok DAG-ok-e!  
(b) Amelyik gráf DAG, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet!
- A 6 pontú  $G$  gráf csúcsait jelölje  $x, y, z, u, v, w$ . A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, ill. a befejezési számok a következők:  $x$ : 1,6;  $y$ : 2,4;  $z$ : 6,5;  $u$ : 3,3;  $v$ : 4,1;  $w$ : 5,2. Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi feszítőfa éleit. Rekonstruálható-e  $G$  az előző számok ismeretében?
- Éllistával adott egy  $n$  pontú  $e$  élű  $G$  irányított gráf, ami egy DAG. Adjon  $O(n+e)$  lépésszámú algoritmust, ami minden  $v$  pontra meghatározza azoknak az utaknak a számát  
a) amelyek egy rögzített  $s$  pontból  $v$ -be visznek!  
b) amelyek  $v$ -ből egy rögzített  $t$  pontba visznek!
- Egy  $n \times n$  méretű táblázat minden eleme egy egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Azt szeretnénk, hogy a lépegetés során látott elemek növekvő sorrendben kövessék egymást. Adjon  $O(n^2)$  futási idejű algoritmust, ami meghatározza, hogy az adott táblázatban a szabályok szerint hányféle utat használhatunk!
- Egy  $n$  pontú teljes gráf csúcsait kell kiszíneznünk csupa különböző színűre. Összesen  $k \geq n$  féle szín áll rendelkezésre, de az egyes pontok színe nem teljesen tetszőleges. Minden  $v$  csúcsához adott színeknek egy  $S(v)$  listája, a  $v$  csúcsot csak az  $S(v)$ -ben szereplő színek valamelyikére színezhetjük. Adjon  $O(nk^2)$  lépésszámú algoritmust, amely az  $S(v)$  listák alapján eldönti, hogy van-e a megkötéseknek megfelelő színezés, és ha van ilyen, talál is egyet.
- Egy számítógéphálózatban  $n$  számítógép van. Minden olyan eseményt, hogy az  $i$ -edik gép üzenetet küld a  $j$ -ediknek  $(i, j, t)$  formában feljegyezzük, ahol a  $t$  egész szám az üzenet küldésének időpontját jelöli. Ugyanabban a  $t$  időpontban egy gép több gépnek is küldhet üzenetet. Ha a  $t$  időpontban az  $i$ -edik gép vírusos volt, akkor egy  $(i, j, t)$  üzenet hatására a  $j$ -edik gép megfertőződhet, ami azt jelenti, hogy a  $t + 1$  időponttól kezdve már a  $j$ -edik gép is vírusos lehet. Legyen adott az  $(i, j, t)$  hármassoknak egy  $m$  hosszú listája, valamint  $x, y$  és  $t_0 < t_1$  egész számok. Azt kell eldöntenünk, hogy ha az  $x$ -edik gép a  $t_0$  időpontban vírusos volt, akkor lehet-e emiatt az  $y$ -edik gép a  $t_1$  időpontban vírusos. Adjon algoritmust, ami ezt a kérdést  $O((t_1 - t_0)n + m)$  lépés után megválaszolja!