

1. (MSc felvételi mintafeladatsor) Adott  $n$  pozitív egész szám,  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Az  $n$  sorból és  $b+1$  oszlopból álló  $T$  táblázat sorait 1-től  $n$ -ig, oszlopait 0-tól  $b$ -ig indexeljük. Legyen  $T[i, 0] = 1$  minden  $1 \leq i \leq n$  értékre. Adjunk eljárást, ami a  $T$  többi mezőjét összesen  $O(nb)$  lépés alatt kitölti, úgy, hogy  $T[i, c]$  értéke legyen az a szám, ahányféleképpen az  $a_1, a_2, \dots, a_i$  számok közül néhány összegeként a  $c$  szám előállítható ( $1 \leq i \leq n, 1 \leq c \leq b$ ).
2. Az  $n$  elemű  $A$  tömb egész számokkal (lehetnek negatív számok is) van feltöltve. Adjunk algoritmust, ami meghatároz egy olyan  $(i, j), 1 \leq i \leq j \leq n$  indexpárt, amire  $A[i] + A[i+1] + \dots + A[j]$  maximális. (Azaz keressük a legnagyobb, folytonosan előálló összeget.) Az algoritmus futási ideje legyen  $O(n)$ .
3. (Vizsga 2007.05.29.) Legyen  $w = w_1 w_2 \dots w_n$  egy  $n$  betűből álló szó. Hívjuk részsónak  $w$  egy tetszőleges  $w_i w_{i+1} \dots w_{i+k}$  darabját ( $1 \leq i \leq n-1, 1 \leq k \leq n-i$ ). Adjunk algoritmust, ami  $O(n)$  lépésben meghatározza az összes  $a$ -val kezdődő és  $b$ -re végződő részsó számát.
4. Adott az  $A[1:n, 1:n]$  kétdimenziós Boole (0–1) tömb. Adjunk  $O(n^2)$  költségű módszert az  $A$ -beli legnagyobb csupa egyesből álló négyzet megkeresésére. Pontosabban: határozzuk meg a legnagyobb olyan  $0 \leq k < n$  egészet, melyhez vannak olyan  $i, j$  indexek, hogy az  $A[i:i+k, j:j+k]$  résztömb minden eleme 1.
5. (Zh 2008.03.28.) Egy  $n \times n$  méretű táblázat minden eleme egy egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Azt szeretnénk, hogy a lépegetés során látott elemek növekvő sorrendben következzenek egymást. Egy ilyen út értéke a benne szereplő számok összege. Adjunk  $O(n^2)$  futási idejű algoritmust, ami meghatározza, hogy az adott táblázatban a szabályok szerinti utak értékei között mekkora a legnagyobb!
6. (MSc felvételi 2008 őszi) Legyen  $s_1 s_2 \dots s_n$  és  $t_1 t_2 \dots t_m$  két olyan karaktersorozat, melyek nullákból és egyesekből állnak. Azt szeretnénk, hogy az  $n \times m$  méretű  $A$  mátrix  $A[i, j]$  eleme tartalmazza azt a legnagyobb  $k$  számot, melyre az  $s_1 s_2 \dots s_i$  és a  $t_1 t_2 \dots t_j$  karaktersorozatok utolsó  $k$  tagja megegyezik. Adjunk eljárást, ami az  $A$  tömböt  $O(nm)$  lépésben kitölti.
7. (Vizsga 2007.05.12.) Egy  $n$  és egy  $m$  karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg  $a_1 a_2 \dots a_n$  és a másik  $b_1 b_2 \dots b_m$ , akkor olyan  $1 \leq i \leq n$  és  $1 \leq j \leq m$  indexeket keresünk, hogy

$$a_{i+1} = b_{j+1}, a_{i+2} = b_{j+2}, \dots, a_{i+t} = b_{j+t}$$

teljesüljön a lehető legnagyobb  $t$  számra. Adjunk erre a feladatra  $O(mn)$  lépést használó algoritmust.

8. (Zh 2009.05.19.) Az  $n$  pontú egyszerű, összefüggő  $G$  gráf a mátrixával adott. A gráf élei kétféle színűek, minden élhez adott, hogy a színe kék vagy zöld. Adott még egy  $s$  csúcs a gráfban és egy  $T$  pozitív egész szám. Adjunk algoritmust, ami  $O(Tn^2)$  lépésben eldönti, hogy az  $s$  csúcsból mely gráfbeli csúcsokba vezet olyan élsorozat (nem feltétlenül út), mely pontosan  $T$  élből áll és melyben nincsen két egyforma színű él közvetlenül egymás után.
9. (MSc felvételi 2009 tavasz) Adott egy  $n$  és egy  $m$  hosszú 0-1 sorozat,  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , illetve  $b_1, b_2, \dots, b_m$ . Ezek alapján egy  $T$  tömböt töltöttünk ki a következő módon:

Ha  $0 \leq i \leq n$ , akkor  $T[i, 0] = 0$ . Ha  $0 \leq j \leq m$ , akkor  $T[0, j] = 0$ .

Ha  $1 \leq i \leq n$  és  $1 \leq j \leq m$ , akkor  $T[i, j] = \begin{cases} T[i-1, j-1] + 1 & \text{ha } a_i = b_j \\ \max\{T[i, j-1], T[i-1, j]\} & \text{ha } a_i \neq b_j \end{cases}$

Írja le, hogy mi a jelentése a  $T[i, j]$  értéknek! A két sorozatnak milyen tulajdonságát adja meg a  $T[n, m]$  érték?