

**1.** Oldjuk meg a hátizsák-problémát (azaz töltsük ki a megfelelő táblázatot) az alábbi konkrét esetben:

Legyen  $n = 4$ , a tárgyak súlyai  $s_1 = 7, s_2 = 5, s_3 = 4, s_4 = 1$  és értékei  $v_1 = 20, v_2 = 14, v_3 = 10, v_4 = 1$ , a súlykorlát  $b = 10$ .

**2.** Az  $n$  elemű  $A$  tömb egész számokkal (lehetnek negatív számok is) van feltöltve. Adjunk algoritmust, ami meghatároz egy olyan  $(i, j)$ ,  $1 \leq i \leq j \leq n$  indexpárt, amire  $A[i] + A[i+1] + \dots + A[j]$  maximális. (Azaz keressük a legnagyobb, folytonosan előálló összeget.) Az algoritmus futási ideje legyen  $O(n)$ .

**3.** Legyen  $w = w_1 w_2 \dots w_n$  egy  $n$  betűből álló szó. Hívjuk részsónak  $w$  egy tetszőleges  $w_i w_{i+1} \dots w_{i+k}$  darabját ( $1 \leq i \leq n-1$ ,  $1 \leq k \leq n-i$ ). Adjunk algoritmust, ami  $O(n)$  lépésben meghatározza az összes  $a$ -val kezdődő és  $b$ -re végződő részsó számát.

**4.** Egy játékban egy  $n \times m$  rács bal felső sarkából kell eljutnunk a jobb alsó sarokba. Egy lépés során a rács mentén vízszintesen vagy függőlegesen tudunk a következő rácpontba lépni. Azonban van néhány kereszteződés, ahova nem szabad lépni. Ezek helyét az  $R$  tömb írja le,  $R[i, j] = 1$ , ha az  $(i, j)$  kereszteződésbe nem léphetünk, egyébként  $R[i, j] = 0$ . Adjunk  $O(nm)$  futási idejű algoritmust annak meghatározására, hogy pontosan  $n + m - 2$  lépést téve a rácson hányféleképpen tudjuk a célt elérni.

**5.** Egy  $n$  és egy  $m$  karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg  $a_1 a_2 \dots a_n$  és a másik  $b_1 b_2 \dots b_m$ , akkor olyan  $1 \leq i \leq n$  és  $1 \leq j \leq m$  indexeket keresünk, hogy

$$a_{i+1} = b_{j+1}, a_{i+2} = b_{j+2}, \dots, a_{i+t} = b_{j+t}$$

teljesüljön a lehető legnagyobb  $t$  számra. Adjunk erre a feladatra  $O(mn)$  lépést használó algoritmust.

**6.** Az  $n$  pontú egyszerű, összefüggő  $G$  gráf a mátrixával adott. A gráf élei kétféle színűek, minden élhez adott, hogy a színe kék vagy zöld. Adott még egy  $s$  csúcs a gráfban és egy  $T$  pozitív egész szám. Adjunk algoritmust, ami  $O(Tn^2)$  lépésben eldönti, hogy az  $s$  csúcsból mely gráfbeli csúcsokba vezet olyan élsorozat (nem feltétlenül út), mely pontosan  $T$  élből áll és melyben nincsen két egyforma színű él közvetlenül egymás után.

**7.** Adott az  $A[1 : n, 1 : n]$  kétdimenziós Boole (0–1) tömb. Adjunk  $O(n^2)$  költségű módszert az  $A$ -beli legnagyobb csupa egyesből álló négyzet megkeresésére. Pontosabban: határozzuk meg a legnagyobb olyan  $0 \leq k < n$  egészet, melyhez vannak olyan  $i, j$  indexek, hogy az  $A[i : i+k, j : j+k]$  résztömb minden eleme 1.

**8.** *Levenshtein-távolság:* Adott két füzér, melyek rendre az  $a_1, a_2, \dots, a_n$  és a  $b_1, b_2, \dots, b_m$  karakterekből állnak. Határozzuk meg annak a legrövidebb műveletsornak a hosszát, amely az egyik füzért a másikba viszi át, ha a megengedett (azonosan egy költségű) műveletek: karakter törlés, karakter átírás, karakter beszúrás. Adjunk  $O(n \times m)$  költségű algoritmust.