

Nagyságrendek/2

1. Az alábbi függvényeket rendezze olyan sorozatba, hogy ha f_i után közvetlenül f_j következik a sorban, akkor $f_i(n) = O(f_j(n))$ teljesüljön!

$$f_1(n) = 8n^{2.5} \qquad f_2(n) = 5\sqrt{n} + 1000n \qquad f_3(n) = 2^{\log^2 n} \qquad f_4(n) = 2013n^2 \log n$$

2. Jelölje egy algoritmus maximális lépésszámát az n méretű bemeneteken $L(n)$. Mit mondhatunk $L(n)$ nagyságrendjéről, ha tudjuk, hogy $L(1) = 2$ és $n > 1$ esetén
- (a) $L(n) = L(n-1) + 3$ (b) $L(n) = L(n-1) + 5$
 (c) $L(n) = L(n-1) + 3n^2$ (d) $L(n) = 2L(n-1) + 3$

És ha egyenlőség helyett \leq vagy \geq áll?

3. Jelölje egy algoritmus maximális lépésszámát az n méretű bemeneteken $L(n)$. Mit mondhatunk $L(n)$ nagyságrendjéről, ha tudjuk, hogy $L(1) = L(2) = 2$ és $n > 2$ esetén
- (a) $L(n) = L(n-2) + 3$ (b) $L(n) = L(n-2) + 5$
 (c) $L(n) = L(n-2) + 3n^2$ (d) $L(n) = 2L(n-2) + 3$

4. Jelölje egy algoritmus maximális lépésszámát az n méretű bemeneteken $L(n)$. Mit mondhatunk $L(n)$ nagyságrendjéről, ha tudjuk, hogy $L(1) = 2$ és $n > 1$ esetén
- (a) $L(n) = L(\lceil n/2 \rceil) + 3$ (b) $L(n) = 2L(\lceil n/2 \rceil) + 3$
 (c) $L(n) = 4L(\lceil n/2 \rceil) + 3$ (d) $L(n) = L(\lceil n/2 \rceil) + n^k$

5. Valaki úgy megy fel egy h hosszú lépcsősoron, hogy időnként megáll pihenni. Pihenők nélkül haladva átlagosan két másodperc jut minden lépcsőfokra. Állapítsuk meg a h fok megmászási idejének nagyságrendjét az alábbi megpihenési stratégiák esetén, ha minden pihenő legalább fél percre és legfeljebb két percre tart!
- (a) Minden harmadik fokon megpihen, máshol nem.
 (b) Mindig az aktuálisan még hátralevő fokok felét (felfelé kerekítve) megmássza, és ott megpihen, máshol nem.

Mi lesz a nagyságrend, ha az első pihenő fél perc, és minden további pihenő fél perccel hosszabb az előzőnél?

6. Ugyanarra a feladatra van két algoritmusunk: A és B . A maximális lépésszámot leíró függvények legyenek f_A és f_B . Tudjuk, hogy $f_A(n) = O(f_B(n) \cdot \log n)$. Következik-e ebből, hogy
- (a) A minden bemeneten gyorsabb, mint B .
 (b) A véges sok bemenet kivételével gyorsabb, mint B .
 (c) A megfelelően nagy bemenetekre gyorsabb, mint B .

És ha $f_A(n) \cdot \log n = O(f_B(n))$?

7. Van egy algoritmusunk, aminek a bemenete egy n csúcsú e élű gráf. Tudjuk, hogy az algoritmus $O(n+e)$ lépést hajt végre. Állíthatjuk-e biztosan azt is, hogy a lépések száma $O(n)$, illetve azt, hogy $O(e)$?
8. Adjon minél kevesebb összehasonlítást használó algoritmust, ami n elem közül megtalálja a legkisebbet és a legnagyobbat is!
9. Adjon minél kevesebb összehasonlítást használó algoritmust, ami n elem közül megtalálja a két legkisebbet!
10. Egy f fokú létrán bizonyos fokok annyira rozogák, hogy ha rálépünk, leszakadnak. Szerencsére tudjuk, hogy melyik fokok ilyenek, hova nem szabad lépni. Egy lépéssel legfeljebb 3 fokot tudunk lépni. Adjunk algoritmust ami meghatározza, hogy a létra aljától fel tudunk-e jutni a létra legfelső fokára és ha igen, hányféleképpen!