

P, NP

1. Bizonyítsa be, hogy az alábbi eldöntési problémák NP-beliek! Melyekről tudja belátni, hogy P-ben vannak?
 - a) **Bemenet:** G páros gráf és k pozitív egész szám
Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben k élből álló párosítás?
 - b) **Bemenet:** G irányítatlan gráf
Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben Euler kör?
 - c) **Bemenet:** G irányítatlan gráf és k pozitív egész szám
Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben k darab független pont?
 - d) **Bemenet:** (s_1, \dots, s_n) pozitív egészek és egy b pozitív egész szám
Kérdés: Igaz-e, hogy ki lehet választani néhány s_i -t, melyek összege b ?
2. Bizonyítsa be az alábbi két problémáról, hogy NP-beliek! Melyikről tudja belátni, hogy P-ben van? Melyikről látja, hogy coNP-beli?
 - a) **Bemenet:** G irányítatlan gráf
Kérdés: Igaz-e, hogy G -ben van legfeljebb 100 élből álló kör?
 - b) **Bemenet:** G irányítatlan gráf és egy k pozitív egész szám
Kérdés: Igaz-e, hogy van G -ben legfeljebb k élből álló kör?
3. Bizonyítsa be, hogy az alábbi problémák co-NP-beliek!

P_1 : adott G páros gráf tartalmaz-e teljes párosítást

P_2 : adott G gráf tartalmaz-e teljes párosítást

P_3 : adott G gráf síkbarajzolható-e

P_4 : adott G gráfra igaz-e, hogy akárhogyan színezzük ki az éleit két színnel, mindig keletkezik egyszínű háromszög
4. S-T-HÚT jelölje azt a problémát, hogy egy adott G gráf két adott csúcsa között van-e Hamilton-út. Igazolja, hogy az alábbi problémákra az S-T-HÚT problémáról van Karp-redukció!
 - a) HÚT: adott G gráfban van-e Hamilton-út
 - b) H: adott G gráfban van-e Hamilton-kör
5. Igazolja, hogy $2SZÍN \prec 3SZÍN$ és hogy $3SZÍN \prec 4SZÍN$
6. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges n csúcsú gráfról polinom időben megmondja, hogy van-e benne Hamilton-kör. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott G gráfban egy Hamilton-kört?
7. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges n csúcsú gráfról polinom időben megmondja, hogy az kiszínezhető-e 3 színnel. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott G gráf egy 3 színnel való színezését (ha van ilyen egyáltalán)?
8. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami ha egy $G = (V, E)$ gráfot és egy $k \leq |V|$ pozitív egészet kap bemenetként, akkor polinom időben megmondja, hogy van-e G -ben k független pont. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben meghatározni egy adott H gráfban a legnagyobb független ponthalmaz méretét? És hogyan lehet megtalálni egy ilyen ponthalmazt polinom időben?