

Jelentés a 2025. évi Kőnig Dénes Diszkrétmatematika-versenyről

A BME Számítástudományi és Információelméleti tanszéke 2025-ben nyolcad-szor rendezte meg a Kőnig Dénes Diszkrétmatematika-versenyt, melyet 2025. április 30-án 14:30-tól tartott, 150 perces időtartammal. A verseny célja, hogy egyetemünk kiváló tanárának, Kőnig Dénesnek emléket állítson és lehetőséget teremtsen a kar hallgatóinak arra, hogy a Bevezetés a számításelméletbe 2, a Számítástudomány alapjai, valamint a Kombinatorika és gráfelmélet kurzusokon oktatott diszkrét matematikai ismereteiket felhasználva összemérhessék egymással kreativitásukat. A tanszék részéről a versenyt idén Balázs Barbara és Fleiner Tamás szervezték, a feladatok kitűzésében és a dolgozatok javításában pedig részt vett még Garami Bence is. A szervezőbizottság az alábbi négy feladatot tűzte ki.

1. Az $n \times n$ méretű, valós elemű négyzetes A mátrix *ciklikus permutációja* azt jelenti, hogy A minden eleme eggyel jobbra, a sor végén álló elem a következő sor elejére, a jobb alsó sarokban álló elem pedig a bal felső sarokba kerül. Jelölje $f(A)$ az A mátrixból ciklikus permutációk egymásutánjával kapható n^2 db mátrix determinánsainak összegét. Adjunk meg egy olyan 42×42 méretű A mátrixot, aminek az elemei pontosan az 1 és 42^2 közötti egész számok és amire $f(A)$ maximális az ilyen tulajdonságú mátrixok között.
2. Bizonyítsuk be, hogy ha u és v egy véges, egyszerű, irányítatlan, összefüggő G gráf nemszomszédos csúcsai, akkor G -nek van olyan r csúcsa és r -gyökerű F BFS-fája, amire F a $G + uv$ gráfnak is r -gyökerű BFS-fája.
3. Legyen $V \subset \mathbb{R}^n$ és tegyük fel, hogy a $G = (V, E)$ gráf minden csúcsát generálják a szomszédai, azaz $\underline{v} \in \langle N(\underline{v}) \rangle$ teljesül minden $\underline{v} \in V$ csúcsra, ahol $N(\underline{v})$ a $\underline{v}$ csúcs G -beli szomszédainak halmazát jelöli. Bizonyítsuk be, hogy ha G csúcsai kiszínezhetők 4 színnel úgy, hogy azonos színre színezett csúcsok között ne fusson él, akkor $\dim \langle V \rangle \leq \frac{3}{4}|V|$.
4. Tegyük fel, hogy az n csúcsú, összefüggő G gráf éleit úgy színeztük ki néhány színnel, hogy G minden körének legyen két azonos színű éle. Határozzuk meg a színezéshez felhasznált színek maximális számát.

Az előzetesen regisztrált 22 versenyzőből 20-an jelentek meg a versenyen. A kijavított dolgozatok átnézése után a versenybizottság megállapította, hogy az idei versenyen a feladatok lényegesen könnyebbnek bizonyultak a korábbi években megszokottnál. Mindegyik feladatra érkezett helyes megoldás, de nem volt olyan versenyző, aki mind a négy feladatot hibátlanul oldotta volna meg. A versenyzők teljesítményének összevetésekor idén a korábbiakhoz képest sokkal többet számított a megoldások kidolgozottsága és világos, pontos leírása. Erre példa a második feladat, aholis döntő momentum volt az indoklás páratlan uv -távolság esetén. Több versenyzőnek gondja akadt a negyedik feladat értelmezésével is: úgy gondolták, hogy a maximum meghatározásakor az elvárt feltételek teljesülése mellett szabadon választhatják meg a feladatban szereplő n csúcsú gráfot. Tekintettel arra, hogy egyik feladat sem volt szokatlanul nehéz, a bizottság azokat a versenyzőket díjazta, akik legalább egy feladat helyes megoldása mellett további lényeges eredményt értek el.

Az elsőéves BSc hallgatók között Nyitrai Gergely helyesen oldotta meg az első feladatot, a második és harmadik feladatra adott megoldása kiegészítésre szorul, a negyedik feladat esetén pedig egy apró megfigyelést tett.

Mindezek alapján a bizottság **III. díj**ban részesíti **Nyitrai Gergely** mérnökinformatikus hallgatót.

Szintén az elsőéves kategóriában induló Frank Tamás a harmadik feladatot helyesen, az első két feladatot kis pontatlansággal oldotta meg, a negyedike pedig hiányos megoldást adott. Ugyanitt Jáni Kristóf helyesen oldotta meg az első három feladatot, a negyedike adott megoldása pedig hiányos.

Ezért a teljesítményért **I. díj**at kapnak **Frank Tamás** és **Jáni Kristóf** mérnökinformatikus hallgatók.

A felsőbbévesek versenyében Hizsnyan Bálint helyesen oldotta meg a harmadik feladatot és hiányos megoldást adott a második és negyedik feladatra.

Ennek megfelelően **dicséretet** nyert **Hizsnyan Bálint** másodéves mérnökinformatikus BSc hallgató.

Görömbey László megoldása teljes a harmadik és negyedik feladatra, kiegészítésre szorul az első feladatra, és hiányos a második feladat esetében.

Uzonyi Ákos helyes megoldást adott az első és harmadik feladatra, a másik két megoldása pedig hiányos.

II. díjat nyertek tehát **Görömbey László** harmadéves mérnökinformatikus BSc hallgató és **Uzonyi Ákos** másodéves mérnökinformatikus MSc hallgató.

Telekes Márton helyesen oldotta meg az első három feladatot, de a negyedik feladatra adott megoldása hiányos. Tichy Márk teljes megoldást adott a harmadik és negyedik, kiegészítésre szoruló pedig az első két feladatra.

I. díjban részesül **Telekes Márton** felsőbbéves, jelenleg villamosmérnök BSc hallgató és **Tichy Márk** másodéves fizikus-mérnök BSc hallgató.

A versenybizottság ezúton megköszöni a verseny résztvevőinek érdeklődését és munkáját, az imént felsorolt díjazottaknak pedig további sikereket kívánva szívből gratulál.

Balázs Barbara és Fleiner Tamás