Jelentés a 2022. évi Kőnig Dénes Diszkrétmatematika-versenyről

A BME Számítástudományi és Információelméleti tanszéke 2022-ben ötödször rendezte meg a Kőnig Dénes diszkrétmatematika-versenyt, melyet 2022. április 28-án 16 órától tartott, 150 perces időtartammal. A verseny célja, hogy egyetemünk kiváló tanárának, Kőnig Dénesnek emléket állítson és lehetőséget teremtsen a kar hallgatóinak arra, hogy a Bevezetés a számításelméletbe 2, a Számítástudomány alapjai, valamint a Kombinatorika és gráfelmélet kurzusokon oktatott diszkrét matematikai ismereteiket felhasználva összemérhessék egymással kreativitásukat. A tanszék részéről a versenyt idén is Balázs Barbara és Fleiner Tamás szervezték. A szervezőbizottság az alábbi öt feladatot tűzte ki a versenyen.

1. Adott egy $G = (V, E)$ gráf és élein egy $k : E \to \mathbb{R}_+$ költségfüggvény. Egy lépésben megépíthetjük G egy tetszőleges élét, ám ennek hatására minden meg nem épített él költsége megduplázódik. Tervezzünk hatékony algoritmust, ami a lehető legolcsóbban építi meg G egy feszítőfáját.
2. Tegyük fel, hogy a (G, s, t, c) hálózatban a maximális st-folyam nagysága 24. Ha az u_1v_1 és az u_2v_2 élek mindegyikének a kapacitását 32-vel megnöveljük, akkor a maximális st-folyam nagysága 88-ra változik. Meghatározható-e mindezek alapján, hogy mennyi lesz a maximális st-folyam nagysága akkor, ha az eredeti hálózatban az u_1v_2 él kapacitását 13-mal csökkentjük, az u_2v_1 él kapacitását pedig 31-gyel növeljük? Ha igen, akkor mennyi ez a maximum? (Az u_1v_2 él kapacitása az eredeti hálózatban legalább 13 volt.)
3. Kiszínezhető-e a $K_{100,100}$ teljes páros gráf minden csúcsa és minden éle 101 szín valamelyikére úgy, hogy se azonos színű csúcsok között ne vezessen él, se azonos színű éleknek ne legyen közös végpontja, továbbá egyetlen él színe se egyezzen meg egyik végpontjának színével sem?
4. Igaz-e, hogy a G gráfnak bizonyosan van Hamilton-útja, ha G egyszerű, 10-csúcsú, és csúcsainak fokszámai $3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6$?
5. Legyenek a G gráf csúcsai az $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ egész számpárok, és az (a, b) csúcs szomszédai legyenek az $(a-1, b), (a+1, b), (a, b-1), (a, b+1)$ csúcsok. Tetszőleges $H(1) \subset V(G)$ véges halmaz és $i = 1, 2, \ldots$ index esetén legyen $H(i+1) = H(i) \cup f(H(i))$, ahol $f(H(i))$ a G azon csúcsaiból áll, amelyeknek legalább két $H(i)$-beli szomszédja van. Bizonyítsuk be, hogy $|H(n)| \leq 4|H(1)|^2$ teljesül minden pozitív egész n számra. Igaz-e, hogy $|H(n)| \leq |H(1)|^2$ is mindig teljesül?

A kijavított dolgozatok átnézése után a versenybizottság megállapította, hogy a 16 regisztrált résztvevőből 14-en adtak be dolgozatot.

Mindegyik feladatra érkezett lényegében helyes megoldás. A legkönnyebbnek a második, a legnehezebbnek pedig a negyedik feladat bizonyult. A felsőbb éves hallgatók idén is lényegesen többen vettek részt a versenyen, és – bár a verseny szempontjából fontos tárgyakat korábban tanulták – érzékelhetően jobb teljeseítményt nyújtottak, mint az első évesek.

Mindezek alapján az elsőéves BSc hallgatók közül a bizottság
II. díjban és 25 000 Ft pénzjutalomban részesíti

Vértesaljai Bálint elsőéves BSc mérnökinformatikus-hallgatót,
aki a második feladatot lényegében helyesen megoldotta és az ötödik feladatban számottevő részeredményt ért el.

III. díjban és 20 000 Ft pénzjutalomban részesül

Kirchhof Barna elsőéves BSc mérnökinformatikus-hallgató
a második feladat nagyjából helyes megodásáért és az első és harmadik feladatokban elért részeredményéért.

Dicséretet és 10 000 Ft pénzjutalmat kap továbbá
Weiner Dávid elsőéves BSc mérnökinformatikus-hallgató
a második feladat lényegében helyes megodásáért és az első feladatban elért részeredményéért.

Felsőbbéves kategóriában **I. díj**at és 30 000 Ft pénzjutalmat érdemel

Telekes Márton másodéves BSc mérnökinformatikus-hallgató
az első három feladat kifogástalan megoldásáért, a negyedik feladatban elért részeredményért és az ötödik feladat részleges megoldásáért.

III. díjat és 20 000 Ft pénzjutalmat kap

Hanics Mihály harmadéves BSc villamosmérnök-hallgató, a negyedik és ötödik feladatok lényegében helyes megoldásáért.

Végül **dicséret**et és 10 000 Ft pénzjutalmat érdemelnek
Gergály Anna harmadéves BSc mérnökinformatikus-hallgató és
Vincze András másodéves BSc villamosmérnök-hallgató.

Gergály Anna a harmadik feladat kifogástalan megoldása mellett az első két feladatban ért el részeredményt, míg Vincze András a második feladatot lényegében megoldotta és további részeredményeket ért el az első, a harmadik és a negyedik feladatokban.

A versenybizottság nevében ezúton köszönjük meg a verseny résztvevőinek érdeklődését és munkáját, az imént felsorolt díjazottaknak pedig további sikereket kívánva szívből gratulálunk.

Balázs Barbara és Fleiner Tamás