

A 2021. évi Kőnig Dénes Diszkrétmatematika-verseny feladatai

1. Pompás nap ez a mai Igazságos Izom Tibor számára (akit barátai csak Manócskának hívnak). Együtt van minden, ami számára a legfontosabb: a hozzá mindenben illő aranyszín, betli típusú gépkocsiján suhannak Mazsolával együtt, és jövőbeli családi fészüket keresik a kies Pumpkin Willage lakóparkban.

Valóban. Ezek a tökházak az igazán tudatos és igényes célközönség számára épültek: azok számára tehát, akik tisztában vannak a saját értékükkel és azt mások előtt sem titkolják. A park az állatövi jegyeknek és a fő égtájaknak megfelelő tizenkét lélegzetelállítóan kanyargó házsorból és nyolc csakrából áll. A házsorok csakrákban találkoznak, minden házsor két csakrát köt össze, és mindegyik csakrába pontosan három házsor torkollik. A Fheng Sui előírásai szerint mindegyik házsor hossza pontosan a Nap-Föld középtávolság százmilliomodrésze gyök π -szeresének a koszinusz 42-szerese. Ráadásul minden csakrának van egy, itt nem részletezett, további misztikus jelentéssel bíró hexaéder kódja is (konkrétan 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 és 111), és minden házsor két olyan csakrát köt össze, amelyek hexaéder kódjai pontosan egy jegyben térnek el. Hiába no: gondosan ki van itt minden fundálva.

Ám az idill nem tart örökké, megtörténik a baj, mégpedig három mindenre elszánt és bosszúszomjas buszvezető megjelenésével. Szerencsére a betli háromszor olyan gyors, mint az üldözők szánalmas járművei, amelyek közül az egyikkel (egy ráfutásos baleset következtében) épp csak vánszorogni lehet az eredeti (szánalmas) sebességének a töredékével. Megmenekülhet-e Igazságos Izom Tibor (és persze Mazsola) a gaz sofőrök fékevesztett dühétől?

(Sajnos a willage-ből kivezető egyetlen kijáratnál egy őzike szundikál, ezért hősiünk itt nem tudja elhagyni a helyszínt. Tibor tehát csakis úgy menekülhet meg, ha el tudja érni, hogy szeretett gépjárművéhez soha egyetlen buszvezető se kerüljön a távolságtartásnak megfelelő másfél méternél közelebb. Szerencsére egy ilyen helyzetben nem kell betartani a záróvonalra és megfordulásra vonatkozó KRESZ-szabályokat. Tudnivaló azonban, hogy a lakópark fejlett infrastruktúrájának köszönhetően mindig mindenki ismeri a parkban mozgó összes jármű pontos helyzetét.)

2. Senki sincs az egész Futrinka utcában, aki Manócskánál többet tud a zacskókról. Nem csoda, hisz minden szabad percét óriási gyűjteményének szenteli: ápolgatja, tisztogatja, mosogatja, vasalgatja a zacskóit. Most épp egy Z gráfot készít belőlük: ennek csúcsai az impozáns gyűjtemény darabjai, él pedig akkor köt össze két zacskót, ha az egyik belefér a másikba. (Minden v zacskóhoz tartozik ugyanis egy $b(v)$ és $k(v)$ pozitív érték: előbbi mutatja, mekkora térfogatú tárgy gyömöszölhető a v zacskóba, utóbbi pedig a v zacskó térfogata, annak összegyűrt állapotában. Az u és v zacskók között pedig akkor vezet él, ha $k(u) \leq b(v)$ vagy $k(v) \leq b(u)$.)

Manócska azon tűnődik, hogy perfekt-e a zacskógráfja: igaz-e vajon, hogy Z minden Z' feszített részgráfjára $\chi(Z') = \omega(Z')$ teljesül. Segítsünk neki ezt eldönteni!

3. Határozzuk meg az összes olyan 10 csúcsú, összefüggő gráfot, aminek minden BFS-fájában csak első- és harmadfokú csúcsok fordulnak elő.

Versenyfeltételek és tudnivalók

A Kőnig Dénes Diszkrétmatematika-versenyen a BME VIK BSc és MSc illetve a BME TTK BSc tanulmányokat folytató hallgatói vehetnek részt. A különleges helyzetre tekintettel a versenyt az alábbi szabályok szerint bonyolítjuk le.

A verseny kezdete: 2021. április 16., 12 óra.

A dolgozatok beadási határideje: 2021. április 24., 23:59.

Minden résztvevő jelentkezzék fel a Kőnig verseny 2020/21/2 moodle kurzusra a Konig_2021 kulcs megadásával.

A dolgozat beadásának módja: minden feladatot egyetlen (ésszerű méretű) pdf fájlként kell feltölteni a moodle felületén. A feltöltött fájlok első oldalán minden versenyző tüntesse fel **nevét, szakját, évfolyamát**. Kérjük a versenyzőket, hogy egyértelmű áthúzással jelezzék dolgozatukban a hibásnak ítélt részeket. A versenydolgozat beadása nem kötelező. A kijavított dolgozatokba betekintést biztosítunk. Ennek részleteiről a későbbiekben a moodle felületén adunk tájékoztatást.

A versenyzők a feladatokon önállóan, más személy vagy versenyző bármiféle segítségének igénybe vétele nélkül dolgozhatnak. Kérjük ezért, hogy a fenti beadási határidő letelte előtt se a versenyzők egymással, se pedig más személy a versenyzőkkel egyáltalán ne kommunikáljon a verseny feladatairól. A versenyzők számára bármiféle nem interaktív, offline segítség (tankönyv, jegyzet, statikus internetes tartalom) felhasználása megengedett. Ezúton tájékoztatjuk a versenyzőket arról, hogy a különleges körülmények miatt az idei versenyen a versenybizottság szándékai szerint szokatlanul nehéz feladatok szerepelnek, így még komoly versenytapasztalat birtokában sem könnyű érdemi eredményt elérni. Éppen ezért a versenybizottság fenntartja annak a lehetőségét, hogy a verseny végeztével egyetlen versenyzőt se díjazzon.

Az a versenyző, akinek (például a feladatok értelmezésével kapcsolatban) kérdése van, a szervezőktől kaphat felvilágosítást a fleiner@cs.bme.hu ill. a bbarbara@cs.bme.hu címen.

Jó munkát kíván

a versenybizottság