

Szavzási eljárások

(Algoritmikus játékelmélet)

2025. október 22.

Miről lesz szó

Miről lesz szó

- ▶ A legutóbbi alkalommal a játékosok egy olyan jószágon osztottak, amit nem egyformán értékeltek.

Miről lesz szó

- ▶ A legutóbbi alkalommal a játékosok egy olyan jószágon osztoztak, amit nem egyformán értékeltek.
- ▶ Most közösen szeretnének döntést hozni egy tetszőleges kérdésben, tehát nem csupán osztozkodásról lehet szó.

Miről lesz szó

- ▶ A legutóbbi alkalommal a játékosok egy olyan jószágon osztoztak, amit nem egyformán értékeltek.
- ▶ Most közösen szeretnének döntést hozni egy tetszőleges kérdésben, tehát nem csupán osztozkodásról lehet szó.
- ▶ Itt sem cél, hogy a játékosok stratégiai döntést hozzanak. Olyan döntéshozatali mechanizmust keresünk, ami a „lehető legjobb” döntést találja meg.

Miről lesz szó

- ▶ A legutóbbi alkalommal a játékosok egy olyan jószágon osztoztak, amit nem egyformán értékeltek.
- ▶ Most közösen szeretnének döntést hozni egy tetszőleges kérdésben, tehát nem csupán osztozkodásról lehet szó.
- ▶ Itt sem cél, hogy a játékosok stratégiai döntést hozzanak. Olyan döntéshozatali mechanizmust keresünk, ami a „lehető legjobb” döntést találja meg.
- ▶ Természetes gondolat, hogy szavazással érdemes meghozni a közös döntést.

Miről lesz szó

- ▶ A legutóbbi alkalommal a játékosok egy olyan jószágon osztoztak, amit nem egyformán értékeltek.
- ▶ Most közösen szeretnének döntést hozni egy tetszőleges kérdésben, tehát nem csupán osztozkodásról lehet szó.
- ▶ Itt sem cél, hogy a játékosok stratégiai döntést hozzanak. Olyan döntéshozatali mechanizmust keresünk, ami a „lehető legjobb” döntést találja meg.
- ▶ Természetes gondolat, hogy szavazással érdemes meghozni a közös döntést.
- ▶ Egyáltalán nem magától értetődő azonban, hogy a szavazási mechanizmus hogyan is jut el a szavazatoktól a döntésig.

Miről lesz szó

- ▶ A legutóbbi alkalommal a játékosok egy olyan jószágon osztoztak, amit nem egyformán értékeltek.
- ▶ Most közösen szeretnének döntést hozni egy tetszőleges kérdésben, tehát nem csupán osztozkodásról lehet szó.
- ▶ Itt sem cél, hogy a játékosok stratégiai döntést hozzanak. Olyan döntéshozatali mechanizmust keresünk, ami a „lehető legjobb” döntést találja meg.
- ▶ Természetes gondolat, hogy szavazással érdemes meghozni a közös döntést.
- ▶ Egyáltalán nem magától értetődő azonban, hogy a szavazási mechanizmus hogyan is jut el a szavazatoktól a döntésig.
- ▶ Ezt vizsgáljuk a mai alkalommal: milyen tulajdonságokat várhatunk el egy-egy mechanizmustól.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a szavazók halmaza,

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a szavazók halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az alternatíváké.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

Tetsz. $\preceq \in L(A)$ -ra **$Top(\preceq)$** jelöli a $\preceq$ szerinti legjobb alternatívát.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

Tetsz. $\preceq \in L(A)$ -ra **Top($\preceq$)** jelöli a $\preceq$ szerinti legjobb alternatívát.

Választási profil: egy konkrét $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ szavazat- n -es.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

Tetsz. $\preceq \in L(A)$ -ra **Top($\preceq$)** jelöli a $\preceq$ szerinti legjobb alternatívát.

Választási profil: egy konkrét $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ szavazat- n -es.

Társadalmi választási függvény (TVF): egy $f : L(A)^N \rightarrow A$, ami minden választási profilhoz meghatározza a győztes alternatívát.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

Tetsz. $\preceq \in L(A)$ -ra **Top($\preceq$)** jelöli a $\preceq$ szerinti legjobb alternatívát.

Választási profil: egy konkrét $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ szavazat- n -es.

Társadalmi választási függvény (TVF): egy $f : L(A)^N \rightarrow A$, ami minden választási profilhoz meghatározza a győztes alternatívát.

Társadalmi választási szabály (TVSZ): olyan $F : L(A)^N \rightarrow L(A)$, ami az alternatívák közös preferenciarendezését határozza meg.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

Tetsz. $\preceq \in L(A)$ -ra **Top($\preceq$)** jelöli a $\preceq$ szerinti legjobb alternatívát.

Választási profil: egy konkrét $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ szavazat- n -es.

Társadalmi választási függvény (TVF): egy $f : L(A)^N \rightarrow A$, ami minden választási profilhoz meghatározza a győztes alternatívát.

Társadalmi választási szabály (TVSZ): olyan $F : L(A)^N \rightarrow L(A)$, ami az alternatívák közös preferenciarendezését határozza meg.

Példa: **Jóváhagyásos szavazás** esetén minden szavazó tetszőleges számú alternatívát megjelölhet, és a legtöbb jelölést szerző alternatíva győz.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

Tetsz. $\preceq \in L(A)$ -ra **Top($\preceq$)** jelöli a $\preceq$ szerinti legjobb alternatívát.

Választási profil: egy konkrét $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ szavazat- n -es.

Társadalmi választási függvény (TVF): egy $f : L(A)^N \rightarrow A$, ami minden választási profilhoz meghatározza a győztes alternatívát.

Társadalmi választási szabály (TVSZ): olyan $F : L(A)^N \rightarrow L(A)$, ami az alternatívák közös preferenciarendezését határozza meg.

Példa: **Jóváhagyásos szavazás** esetén minden szavazó tetszőleges számú alternatívát megjelölhet, és a legtöbb jelölést szerző alternatíva győz.

Ez az eljárás ebben a formájában nem fér bele a fenti modellbe.

A szavazási modell

$N = \{1, 2, \dots, n\}$ a **szavazók** halmaza,

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ pedig az **alternatíváké**.

Az i szavazó leadott **szavazata** az A egy $\preceq_i$ lineáris rendezése.

Ha tehát $a \preceq_i b$, akkor i számára a b alternatíva jobb a -nál.

$L(A)$ a lehetséges szavazatok halmaza. (Tehát $|L(A)| = k!$.)

Tetsz. $\preceq \in L(A)$ -ra **Top($\preceq$)** jelöli a $\preceq$ szerinti legjobb alternatívát.

Választási profil: egy konkrét $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ szavazat- n -es.

Társadalmi választási függvény (TVF): egy $f : L(A)^N \rightarrow A$, ami minden választási profilhoz meghatározza a győztes alternatívát.

Társadalmi választási szabály (TVSZ): olyan $F : L(A)^N \rightarrow L(A)$, ami az alternatívák közös preferenciarendezését határozza meg.

Példa: **Jóváhagyásos szavazás** esetén minden szavazó tetszőleges számú alternatívát megjelölhet, és a legtöbb jelölést szerző alternatíva győz.

Ez az eljárás ebben a formájában nem fér bele a fenti modellbe.

Alkalmas (ekvivalens) módosítással persze igen...

Konkrét szavazási mechanizmusok

Példa: (1) A **többségi szavazás** során a fenti modellben dolgozunk.

A többségi TVSZ-t F^T , a többségi TVF-t pedig f^T jelöli.

$F^T(\Pi)$ aszerint rangsorolja az alternatívákat, hogy hány szavazó számára képviselik a legjobb választást.

(Egyenlőség esetén -mondjuk- $\preceq_1$ dönt.)

$f^T(\Pi) = \text{Top}(F^T(\Pi))$: a győztes $f^T(\Pi)$ alternatíva az, amelyik a legtöbb szavazó számára a legjobb.

Konkrét szavazási mechanizmusok

Példa: (1) A **többségi szavazás** során a fenti modellben dolgozunk. A többségi TVSZ-t F^T , a többségi TVF-t pedig f^T jelöli. $F^T(\Pi)$ aszerint rangsorolja az alternatívákat, hogy hány szavazó számára képviselik a legjobb választást.

(Egyenlőség esetén -mondjuk- $\preceq_1$ dönt.)

$f^T(\Pi) = \text{Top}(F^T(\Pi))$: a győztes $f^T(\Pi)$ alternatíva az, amelyik a legtöbb szavazó számára a legjobb.

(2) A **Borda-szavazás** során az alternatívák pontszámokat kapnak a szavazatokban elfoglalt helyük alapján: $B_i(a) = k - \ell$, ha az i -dik szavazó $\preceq_i$ szavazatában a az ℓ -dik legjobb alternatíva. Ekkor $B(a) = \sum_{i=1}^n B_i(a)$ az a alternatíva Borda-pontszáma. Az F^B TVSZ az alternatívák csökkenő Borda-pontszám szerinti sorrendje, egyenlőség esetén -mondjuk- $\preceq_1$ dönt.

Konkrét szavazási mechanizmusok

Példa: (1) A **többségi szavazás** során a fenti modellben dolgozunk. A többségi TVSZ-t F^T , a többségi TVF-t pedig f^T jelöli. $F^T(\Pi)$ aszerint rangsorolja az alternatívákat, hogy hány szavazó számára képviselik a legjobb választást.

(Egyenlőség esetén -mondjuk- $\preceq_1$ dönt.)

$f^T(\Pi) = \text{Top}(F^T(\Pi))$: a győztes $f^T(\Pi)$ alternatíva az, amelyik a legtöbb szavazó számára a legjobb.

(2) A **Borda-szavazás** során az alternatívák pontszámokat kapnak a szavazatokban elfoglalt helyük alapján: $B_i(a) = k - \ell$, ha az i -dik szavazó $\preceq_i$ szavazatában a az ℓ -dik legjobb alternatíva. Ekkor $B(a) = \sum_{i=1}^n B_i(a)$ az a alternatíva Borda-pontszáma. Az F^B TVSZ az alternatívák csökkenő Borda-pontszám szerinti sorrendje, egyenlőség esetén -mondjuk- $\preceq_1$ dönt.

A következő mechanizmus leírásához egy kis előkészület szükséges.

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet-győztes: minden más alternatívát legyőző alternatíva.

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet-győztes: minden más alternatívát legyőző alternatíva.

Az f TVF (ill. az F TVSZ) **Condorcet-konzisztens**, ha a Condorcet-győztes $\Rightarrow f(\Pi) = a$ (ill. $Top(F(\Pi)) = a$), azaz ha Condorcet-győztes alternatíva nem veszíthet.

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet-győztes: minden más alternatívát legyőző alternatíva.

Az f TVF (ill. az F TVSZ) **Condorcet-konzisztens**, ha a Condorcet-győztes $\Rightarrow f(\Pi) = a$ (ill. $Top(F(\Pi)) = a$), azaz ha Condorcet-győztes alternatíva nem veszíthet.

Def: Az a alternatíva Π profil szerinti (módosított)

Copeland-pontszáma $C(a) = w(a) - \ell(a)$, ahol $w(a)$ az a által legyőzött, $\ell(a)$ pedig az a -t legyőző alternatívák száma.

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet-győztes: minden más alternatívát legyőző alternatíva.

Az f TVF (ill. az F TVSZ) **Condorcet-konzisztens**, ha a Condorcet-győztes $\Rightarrow f(\Pi) = a$ (ill. $Top(F(\Pi)) = a$), azaz ha Condorcet-győztes alternatíva nem veszíthet.

Def: Az a alternatíva Π profil szerinti (módosított)

Copeland-pontszáma $C(a) = w(a) - \ell(a)$, ahol $w(a)$ az a által legyőzött, $\ell(a)$ pedig az a -t legyőző alternatívák száma.

Példa: A **Copeland-szavazás** F^C TVSZ-a a Copeland-pontszámok szerint rendezi az alternatívákat, döntetlen esetén $\preceq_1$ dönt.

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet-győztes: minden más alternatívát legyőző alternatíva.

Az f TVF (ill. az F TVSZ) **Condorcet-konzisztens**, ha a Condorcet-győztes $\Rightarrow f(\Pi) = a$ (ill. $Top(F(\Pi)) = a$), azaz ha Condorcet-győztes alternatíva nem veszíthet.

Def: Az a alternatíva Π profil szerinti (módosított)

Copeland-pontszáma $C(a) = w(a) - \ell(a)$, ahol $w(a)$ az a által legyőzött, $\ell(a)$ pedig az a -t legyőző alternatívák száma.

Példa: A **Copeland-szavazás** F^C TVSZ-a a Copeland-pontszámok szerint rendezi az alternatívákat, döntetlen esetén $\preceq_1$ dönt.

Megf: A Copeland-szavazás Condorcet-konzisztens.

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet-győztes: minden más alternatívát legyőző alternatíva.

Az f TVF (ill. az F TVSZ) **Condorcet-konzisztens**, ha a Condorcet-győztes $\Rightarrow f(\Pi) = a$ (ill. $Top(F(\Pi)) = a$), azaz ha Condorcet-győztes alternatíva nem veszíthet.

Def: Az a alternatíva Π profil szerinti (módosított)

Copeland-pontszáma $C(a) = w(a) - \ell(a)$, ahol $w(a)$ az a által legyőzött, $\ell(a)$ pedig az a -t legyőző alternatívák száma.

Példa: A **Copeland-szavazás** F^C TVSZ-a a Copeland-pontszámok szerint rendezi az alternatívákat, döntetlen esetén $\preceq_1$ dönt.

Megf: A Copeland-szavazás Condorcet-konzisztens.

Biz: Ha a Condorcet-győztes, akkor $w(a) = k - 1$ és $\ell(a) = 0$, így $C(a) = k - 1$. Ha b nem Condorce-győztes, akkor $w(b) \leq k - 2$ és $\ell(b) \geq 0$, ezért $C(b) \leq k - 2$. Tehát $Top(F^C(\Pi)) = a$. $\square$

Condorcet és Copeland

Def: Az a alternatíva **legyőzi** b -t, ha $|\{i : b \preceq_i a\}| > |\{i : a \preceq_i b\}|$, azaz ha több szavazó preferálja a -t b -vel szemben, mint fordítva.

Condorcet-győztes: minden más alternatívát legyőző alternatíva.

Az f TVF (ill. az F TVSZ) **Condorcet-konzisztens**, ha a Condorcet-győztes $\Rightarrow f(\Pi) = a$ (ill. $Top(F(\Pi)) = a$), azaz ha Condorcet-győztes alternatíva nem veszíthet.

Def: Az a alternatíva Π profil szerinti (módosított)

Copeland-pontszáma $C(a) = w(a) - \ell(a)$, ahol $w(a)$ az a által legyőzött, $\ell(a)$ pedig az a -t legyőző alternatívák száma.

Példa: A **Copeland-szavazás** F^C TVSZ-a a Copeland-pontszámok szerint rendezi az alternatívákat, döntetlen esetén $\preceq_1$ dönt.

Megf: A Copeland-szavazás Condorcet-konzisztens.

Biz: Ha a Condorcet-győztes, akkor $w(a) = k - 1$ és $\ell(a) = 0$, így $C(a) = k - 1$. Ha b nem Condorce-győztes, akkor $w(b) \leq k - 2$ és $\ell(b) \geq 0$, ezért $C(b) \leq k - 2$. Tehát $Top(F^C(\Pi)) = a$. $\square$

A továbbiakban TVSZ-októl elvárt fontos tulajdonságokat vizsgálunk.

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

Def: Az F TVSZ **szimmetrikus (anonim)**, ha nem számít, ki adta le a szavazatot, azaz $F(\Pi) = F(\sigma(\Pi))$ teljesül bármely Π profilra és $\sigma \in S_k$ permutációra.

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

Def: Az F TVSZ **szimmetrikus (anonim)**, ha nem számít, ki adta le a szavazatot, azaz $F(\Pi) = F(\sigma(\Pi))$ teljesül bármely Π profilra és $\sigma \in S_k$ permutációra.

Megf: Azok az eddigi TVSZ példák, ahol a döntetlent a $\preceq_1$ szavazat segítségével oldottuk fel nem szimmetrikusak, hiszen az 1. szavazónak kitüntetett szerepe van. Ha viszont lenne egy fix sorrendünk az alternatívákon, és annak segítségével rendeznénk döntetlen esetén, akkor ezzel a módosítással az előző példák szimmetrikussá válnának.

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

Def: Az F TVSZ **szimmetrikus (anonim)**, ha nem számít, ki adta le a szavazatot, azaz $F(\Pi) = F(\sigma(\Pi))$ teljesül bármely Π profilra és $\sigma \in S_k$ permutációra.

Megf: Azok az eddigi TVSZ példák, ahol a döntetlent a $\preceq_1$ szavazat segítségével oldottuk fel nem szimmetrikusak, hiszen az 1. szavazónak kitüntetett szerepe van. Ha viszont lenne egy fix sorrendünk az alternatívákon, és annak segítségével rendeznénk döntetlen esetén, akkor ezzel a módosítással az előző példák szimmetrikussá válnának.

Def: Az F TVSZ **semleges (pártatlan)**, ha nem számít, mit is jelentenek a konkrét alternatívák, azaz $\sigma(F(\Pi)) = F(\Pi^\sigma)$ teljesül bármely Π profilra és $\sigma \in S_k$ permutációra, ahol $\Pi^\sigma = (\preceq_1^\sigma, \dots, \preceq_n^\sigma)$ azt a profilt jelenti, ahol minden szavazatban a σ permutáció szerint átrendezzük az alternatívákat:

ha $a_1 \preceq \dots \preceq a_k$, akkor $\sigma(a_1) \preceq^\sigma \dots \preceq^\sigma \sigma(a_k)$.

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

Def: Az F TVSZ **szimmetrikus (anonim)**, ha nem számít, ki adta le a szavazatot, azaz $F(\Pi) = F(\sigma(\Pi))$ teljesül bármely Π profilra és $\sigma \in S_k$ permutációra.

Megf: Azok az eddigi TVSZ példák, ahol a döntetlent a $\preceq_1$ szavazat segítségével oldottuk fel nem szimmetrikusak, hiszen az 1. szavazónak kitüntetett szerepe van. Ha viszont lenne egy fix sorrendünk az alternatívákon, és annak segítségével rendeznénk döntetlen esetén, akkor ezzel a módosítással az előző példák szimmetrikussá válnának.

Def: Az F TVSZ **semleges (pártatlan)**, ha nem számít, mit is jelentenek a konkrét alternatívák, azaz $\sigma(F(\Pi)) = F(\Pi^\sigma)$ teljesül bármely Π profilra és $\sigma \in S_k$ permutációra, ahol $\Pi^\sigma = (\preceq_1^\sigma, \dots, \preceq_n^\sigma)$ azt a profilt jelenti, ahol minden szavazatban a σ permutáció szerint átrendezzük az alternatívákat:

ha $a_1 \preceq \dots \preceq a_k$, akkor $\sigma(a_1) \preceq^\sigma \dots \preceq^\sigma \sigma(a_k)$.

Megf: Az előző **Megfigyelés**ben semleges (de nem szimmetrikus) TVSZ-okból gyártottunk szimmetrikus, de nem semlegeset.

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

$\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$, $\preceq = F(\Pi)$, $\Pi' = (\preceq'_1, \dots, \preceq'_n)$, $\preceq' = F(\Pi')$.

Def: Az F TVSZ egyhangú, ha nincsenek olyan a , b alternatívák, amire $a \preceq_i b$ teljesül minden i -re, de $b \preceq a$ áll fenn.

Tehát ha minden szavazó egyetért az a és b közti preferenciában, akkor egyhangú TVSZ esetén a közös döntés is ezt tükrözi.

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

$\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$, $\preceq = F(\Pi)$, $\Pi' = (\preceq'_1, \dots, \preceq'_n)$, $\preceq' = F(\Pi')$.

Def: Az F TVSZ **egyhangú**, ha nincsenek olyan a , b alternatívák, amire $a \preceq_i b$ teljesül minden i -re, de $b \preceq a$ áll fenn.

Tehát ha minden szavazó egyetért az a és b közti preferenciában, akkor egyhangú TVSZ esetén a közös döntés is ezt tükrözi.

Def: Az F TVSZ **független a lényegtelen alternatíváktól (FLA)**, ha $(a \preceq_i b \iff a \preceq'_i b \quad \forall i \in N)$ akkor $(a \preceq b \iff a \preceq' b)$.

Ha tehát minden szavazó a Π profil szerinti szavazatában ugyanazt preferálja a és b közül mint a Π' profil szerintiben, akkor a két közös döntés megegyezik a és b tekintetében.

Szavazási mechanizmusok tulajdonságai

$\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$, $\preceq = F(\Pi)$, $\Pi' = (\preceq'_1, \dots, \preceq'_n)$, $\preceq' = F(\Pi')$.

Def: Az F TVSZ **egyhangú**, ha nincsenek olyan a , b alternatívák, amire $a \preceq_i b$ teljesül minden i -re, de $b \preceq a$ áll fenn.

Tehát ha minden szavazó egyetért az a és b közti preferenciában, akkor egyhangú TVSZ esetén a közös döntés is ezt tükrözi.

Def: Az F TVSZ **független a lényegtelen alternatíváktól (FLA)**, ha $(a \preceq_i b \iff a \preceq'_i b \quad \forall i \in N)$ akkor $(a \preceq b \iff a \preceq' b)$.

Ha tehát minden szavazó a Π profil szerinti szavazatában ugyanazt preferálja a és b közül mint a Π' profil szerintiben, akkor a két közös döntés megegyezik a és b tekintetében.

Megj: Egy közmegelegedésre szolgáló TVSZ-től elvárható a fenti két tulajdonság.

Még egy fontos tulajdonság

Példa: Legyen $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{\leftarrow, \rightarrow, \uparrow\}$, f egy TVF, és tfh
 $\Pi = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \rightarrow, \uparrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \rightarrow$

Még egy fontos tulajdonság

Példa: Legyen $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{\leftarrow, \rightarrow, \uparrow\}$, f egy TVF, és tfh

$$\Pi = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \rightarrow, \uparrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \rightarrow,$$
$$\Pi' = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \uparrow, \rightarrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \leftarrow.$$

Még egy fontos tulajdonság

Példa: Legyen $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{\leftarrow, \rightarrow, \uparrow\}$, f egy TVF, és tfh
 $\Pi = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \rightarrow, \uparrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \rightarrow$,
 $\Pi' = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \uparrow, \rightarrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \leftarrow$.
Baj van: ha Π tartalmazza az őszinte szavazatokat, akkor a 2-es szavazónak megéri hazudni ha a többiek őszintén szavaznak!

Még egy fontos tulajdonság

Példa: Legyen $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{\leftarrow, \rightarrow, \uparrow\}$, f egy TVF, és tfh
 $\Pi = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \rightarrow, \uparrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \rightarrow$,
 $\Pi' = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \uparrow, \rightarrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \leftarrow$.
Baj van: ha Π tartalmazza az őszinte szavazatokat, akkor a 2-es szavazónak megéri hazudni ha a többiek őszintén szavaznak!

Def: Az f TVF **manipulálható** ha van olyan $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profil, ahol az i . szavazó leadhat olyan hamis $\preceq'_i$ szavazatot, amire $f(\Pi) <_i f(\Pi')$ teljesül, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$.

Még egy fontos tulajdonság

Példa: Legyen $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{\leftarrow, \rightarrow, \uparrow\}$, f egy TVF, és tfh
 $\Pi = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \rightarrow, \uparrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \rightarrow$,
 $\Pi' = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \uparrow, \rightarrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \leftarrow$.
Baj van: ha Π tartalmazza az őszinte szavazatokat, akkor a 2-es szavazónak megéri hazudni ha a többiek őszintén szavaznak!

Def: Az f TVF **manipulálható** ha van olyan $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profil, ahol az i . szavazó leadhat olyan hamis $\preceq'_i$ szavazatot, amire $f(\Pi) <_i f(\Pi')$ teljesül, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$.

Def: Legyen $\hat{F}(\Pi) := \text{Top}(F(\Pi)) \quad \forall \Pi \in L(A)^n$.
Ekkor $\hat{F}$ az F **TVSZ által indukált TVF**.

Még egy fontos tulajdonság

Példa: Legyen $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{\leftarrow, \rightarrow, \uparrow\}$, f egy TVF, és tfh
 $\Pi = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \rightarrow, \uparrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \rightarrow$,
 $\Pi' = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \uparrow, \rightarrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi') = \leftarrow$.
Baj van: ha Π tartalmazza az őszinte szavazatokat, akkor a 2-es szavazónak megéri hazudni ha a többiek őszintén szavaznak!

Def: Az f TVF **manipulálható** ha van olyan $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profil, ahol az i . szavazó leadhat olyan hamis $\preceq'_i$ szavazatot, amire $f(\Pi) <_i f(\Pi')$ teljesül, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$.

Def: Legyen $\hat{F}(\Pi) := \text{Top}(F(\Pi)) \quad \forall \Pi \in L(A)^n$.
Ekkor $\hat{F}$ az F **TVSZ által indukált TVF**.

Def: Egy f TVF akkor **taktikázásbiztos**, ha f nem manipulálható.
Egy F TVSZ akkor **taktikázásbiztos**, ha $\hat{F}$ nem manipulálható.

Még egy fontos tulajdonság

Példa: Legyen $N = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{\leftarrow, \rightarrow, \uparrow\}$, f egy TVF, és tfh $\Pi = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \rightarrow, \uparrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \rightarrow$,
 $\Pi' = ((\rightarrow, \leftarrow, \uparrow), (\leftarrow, \uparrow, \rightarrow), (\rightarrow, \uparrow, \leftarrow), (\uparrow, \leftarrow, \rightarrow)) \Rightarrow f(\Pi) = \leftarrow$.
Baj van: ha Π tartalmazza az őszinte szavazatokat, akkor a 2-es szavazónak megéri hazudni ha a többiek őszintén szavaznak!

Def: Az f TVF **manipulálható** ha van olyan $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profil, ahol az i . szavazó leadhat olyan hamis $\preceq'_i$ szavazatot, amire $f(\Pi) <_i f(\Pi')$ teljesül, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$.

Def: Legyen $\hat{F}(\Pi) := \text{Top}(F(\Pi)) \quad \forall \Pi \in L(A)^n$.
Ekkor $\hat{F}$ az F **TVSZ által indukált TVF**.

Def: Egy f TVF akkor **taktikázásbiztos**, ha f nem manipulálható.
Egy F TVSZ akkor **taktikázásbiztos**, ha $\hat{F}$ nem manipulálható.

Megj: Egy közmegelegedésre szolgáló TVF-től (és TVSZ-től) elvárható a fenti tulajdonság.

Mutatunk is példát ilyen TVF-re.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.
Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Biz: Ha egy hamis szavazat nyomán megváltozik a közös döntés, akkor a hazug szavazó ezzel bizonyosan rosszul jár. □

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Van egy másik fontos nyilvánvalóan taktikázásbiztos TVF család is.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Van egy másik fontos nyilvánvalóan taktikázásbiztos TVF család is.

Def: Az f TVF (ill. az F TVSZ) **diktatórikus**, ha van olyan $i \in N$ szavazó, akire teljesül, hogy minden Π profil esetén a közös döntés $f(\Pi) = \text{Top}(\preceq_i)$, vagyis az i szavazó számára legjobb alternatíva (ill. $F(\Pi) = \preceq_i$, vagyis az i -dik szavazó preferenciasorrendje).

Az ilyen i szavazót **diktátor**nak nevezzük.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Van egy másik fontos nyilvánvalóan taktikázásbiztos TVF család is.

Def: Az f TVF (ill. az F TVSZ) **diktatórikus**, ha van olyan $i \in N$ szavazó, akire teljesül, hogy minden Π profil esetén a közös döntés $f(\Pi) = \text{Top}(\preceq_i)$, vagyis az i szavazó számára legjobb alternatíva (ill. $F(\Pi) = \preceq_i$, vagyis az i -dik szavazó preferenciasorrendje).

Az ilyen i szavazót **diktátor**nak nevezzük.

Megf: Minden diktatórikus TVF taktikázásbiztos.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum \{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum \{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Van egy másik fontos nyilvánvalóan taktikázásbiztos TVF család is.

Def: Az f TVF (ill. az F TVSZ) **diktatórikus**, ha van olyan $i \in N$ szavazó, akire teljesül, hogy minden Π profil esetén a közös döntés $f(\Pi) = \text{Top}(\preceq_i)$, vagyis az i szavazó számára legjobb alternatíva (ill. $F(\Pi) = \preceq_i$, vagyis az i -dik szavazó preferenciasorrendje).

Az ilyen i szavazót **diktátor**nak nevezzük.

Megf: Minden diktatórikus TVF taktikázásbiztos.

Biz: A diktátornak nem érdemes hazudnia, a többiek pedig nem tudnak változtatni a közös döntésen. □

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum\{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Van egy másik fontos nyilvánvalóan taktikázásbiztos TVF család is.

Def: Az f TVF (ill. az F TVSZ) **diktatórikus**, ha van olyan $i \in N$ szavazó, akire teljesül, hogy minden Π profil esetén a közös döntés $f(\Pi) = \text{Top}(\preceq_i)$, vagyis az i szavazó számára legjobb alternatíva (ill. $F(\Pi) = \preceq_i$, vagyis az i -dik szavazó preferenciasorrendje).

Az ilyen i szavazót **diktátor**nak nevezzük.

Megf: Minden diktatórikus TVF taktikázásbiztos.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum \{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum \{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Van egy másik fontos nyilvánvalóan taktikázásbiztos TVF család is.

Def: Az f TVF (ill. az F TVSZ) **diktatórikus**, ha van olyan $i \in N$ szavazó, akire teljesül, hogy minden Π profil esetén a közös döntés $f(\Pi) = \text{Top}(\preceq_i)$, vagyis az i szavazó számára legjobb alternatíva (ill. $F(\Pi) = \preceq_i$, vagyis az i -dik szavazó preferenciasorrendje).

Az ilyen i szavazót **diktátor**nak nevezzük.

Megf: Minden diktatórikus TVF taktikázásbiztos.

Tétel: (Gibbard–Satterthwaite-tétel) Ha $|A| \geq 3$ és az f TVF szürjektív és taktikázásbiztos, akkor f diktatórikus.

Taktikázásbiztos TVF-ek

Példa: Legyen $A = \{\checkmark, \times, 42, \dots\}$, $t \geq 0$ egy rögzített küszöb és tfh minden $i \in N$ szavazóhoz tartozik egy $w_i \geq 0$ súly.

Legyen $N_{\checkmark} = \{i : \times \preceq_i \checkmark\}$ az IGEN-szavazók halmaza és

$$f(\Pi) = \begin{cases} \checkmark & \text{ha } \sum \{w_i : i \in N_{\checkmark}\} \geq t \\ \times & \text{ha } \sum \{w_i : i \in N_{\checkmark}\} < t \end{cases}$$

A közös döntés $\times$, kivéve ha az IGEN-szavazók összsúlya $\geq t$.

Megf: A fenti **Példa**beli f taktikázásbiztos TVF.

Van egy másik fontos nyilvánvalóan taktikázásbiztos TVF család is.

Def: Az f TVF (ill. az F TVSZ) **diktatórikus**, ha van olyan $i \in N$ szavazó, akire teljesül, hogy minden Π profil esetén a közös döntés $f(\Pi) = \text{Top}(\preceq_i)$, vagyis az i szavazó számára legjobb alternatíva (ill. $F(\Pi) = \preceq_i$, vagyis az i -dik szavazó preferenciasorrendje).

Az ilyen i szavazót **diktátor**nak nevezzük.

Megf: Minden diktatórikus TVF taktikázásbiztos.

Tétel: (Gibbard–Satterthwaite-tétel) Ha $|A| \geq 3$ és az f TVF szűrjektív és taktikázásbiztos, akkor f diktatórikus.

A bizonyítás előtt még rámutatunk egy fontos következményre.

Egy lehetetlenségi tétel

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Egy lehetetlenségi tétel

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Egy lehetetlenségi tétel

i szavazata: $(\dots, a, \hat{F}(\Pi), \dots)$

többi szavazat: $(\dots, \hat{F}(\Pi), \dots, a, \dots, \hat{F}(\Pi), \dots)$

Közös döntés: $\hat{F}(\Pi) \succ a$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Biz: Indirekt. Ha $\hat{F}$ nem taktikázásbiztos akkor egy i szavazó jól járhat hazugsággal: elérheti, hogy a közös döntés a legyen, ahol $a \succ_i \hat{F}(\Pi)$. Ennek érdekében az F FLA tulajdonsága miatt i -nek hazudnia kell az a és $\hat{F}(\Pi)$ közti preferenciájáról. Tegye i a -t közvetlenül $\hat{F}(\Pi)$ elé. Mivel F FLA és $\hat{F}(\Pi)$ viszonya egyetlen más alternatívához képest se változik i szavazatában, ezért a közös döntés $\hat{F}(\Pi)$ marad. Ha most i felcserélné a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t, akkor a közös döntés az indirekt feltevés miatt a lenne.

Egy lehetetlenségi tétel

i szavazata: $(\dots, a, \hat{F}(\Pi), \dots)$

többi szavazat: $(\dots, \hat{F}(\Pi), \dots, a, \dots, \hat{F}(\Pi), \dots)$

Közös döntés: $\hat{F}(\Pi) \succ a$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Biz: Indirekt. Ha $\hat{F}$ nem taktikázásbiztos akkor egy i szavazó jól járhat hazugsággal: elérheti, hogy a közös döntés a legyen, ahol $a \succ_i \hat{F}(\Pi)$. Ennek érdekében az F FLA tulajdonsága miatt i -nek hazudnia kell az a és $\hat{F}(\Pi)$ közti preferenciájáról. Tegye i a -t közvetlenül $\hat{F}(\Pi)$ elé. Mivel F FLA és $\hat{F}(\Pi)$ viszonya egyetlen más alternatívához képest se változik i szavazatában, ezért a közös döntés $\hat{F}(\Pi)$ marad. Ha most i felcserélné a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t, akkor a közös döntés az indirekt feltevés miatt a lenne.

Vegyünk egy b alternatívát, amire $a \neq b \neq \hat{F}(\Pi)$ és mozgassuk a mögé minden szavazatban.

Egy lehetetlenségi tétel

i szavazata: $(\dots, a, b, \hat{F}(\Pi), \dots)$

többi szavazat: $(\dots, \hat{F}(\Pi), \dots, a, b, \dots, \hat{F}(\Pi), \dots)$

Közös döntés: $\hat{F}(\Pi) \succ a \succ b$ az egyhangúság miatt

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Biz: Indirekt. Ha $\hat{F}$ nem taktikázásbiztos akkor egy i szavazó jól járhat hazugsággal: elérheti, hogy a közös döntés a legyen, ahol $a \succ_i \hat{F}(\Pi)$. Ennek érdekében az F FLA tulajdonsága miatt i -nek hazudnia kell az a és $\hat{F}(\Pi)$ közti preferenciájáról. Tegye i a -t közvetlenül $\hat{F}(\Pi)$ elé. Mivel F FLA és $\hat{F}(\Pi)$ viszonya egyetlen más alternatívához képest se változik i szavazatában, ezért a közös döntés $\hat{F}(\Pi)$ marad. Ha most i felcserélné a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t, akkor a közös döntés az indirekt feltevés miatt a lenne.

Vegyünk egy b alternatívát, amire $a \neq b \neq \hat{F}(\Pi)$ és mozgassuk a mögé minden szavazatban.

Egy lehetetlenségi tétel

i szavazata: $(\dots, a, b, \hat{F}(\Pi), \dots)$

többi szavazat: $(\dots, \hat{F}(\Pi), \dots, a, b, \dots, \hat{F}(\Pi), \dots)$

Közös döntés: $\hat{F}(\Pi) \succ a \succ b$ az egyhangúság miatt

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Biz: Indirekt. Ha $\hat{F}$ nem taktikázásbiztos akkor egy i szavazó jól járhat hazugsággal: elérheti, hogy a közös döntés a legyen, ahol $a \succ_i \hat{F}(\Pi)$. Ennek érdekében az F FLA tulajdonsága miatt i -nek hazudnia kell az a és $\hat{F}(\Pi)$ közti preferenciájáról. Tegye i a -t közvetlenül $\hat{F}(\Pi)$ elé. Mivel F FLA és $\hat{F}(\Pi)$ viszonya egyetlen más alternatívához képest se változik i szavazatában, ezért a közös döntés $\hat{F}(\Pi)$ marad. Ha most i felcserélné a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t, akkor a közös döntés az indirekt feltevés miatt a lenne.

Vegyünk egy b alternatívát, amire $a \neq b \neq \hat{F}(\Pi)$ és mozgassuk a mögé minden szavazatban. Cserélje fel mindenki a -t és b -t.

Egy lehetetlenségi tétel

i szavazata: $(\dots, b, a, \hat{F}(\Pi), \dots)$

többi szavazat: $(\dots, \hat{F}(\Pi), \dots, b, a, \dots, \hat{F}(\Pi), \dots)$

Közös döntés: $\hat{F}(\Pi) \succ b \succ a$ az egyhangúság és FLA miatt

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Biz: Indirekt. Ha $\hat{F}$ nem taktikázásbiztos akkor egy i szavazó jól járhat hazugsággal: elérheti, hogy a közös döntés a legyen, ahol $a \succ_i \hat{F}(\Pi)$. Ennek érdekében az F FLA tulajdonsága miatt i -nek hazudnia kell az a és $\hat{F}(\Pi)$ közti preferenciájáról. Tegye i a -t közvetlenül $\hat{F}(\Pi)$ elé. Mivel F FLA és $\hat{F}(\Pi)$ viszonya egyetlen más alternatívához képest se változik i szavazatában, ezért a közös döntés $\hat{F}(\Pi)$ marad. Ha most i felcserélné a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t, akkor a közös döntés az indirekt feltevés miatt a lenne.

Vegyünk egy b alternatívát, amire $a \neq b \neq \hat{F}(\Pi)$ és mozgassuk a mögé minden szavazatban. Cserélje fel mindenki a -t és b -t.

Egy lehetetlenségi tétel

i szavazata: $(\dots, b, a, \hat{F}(\Pi), \dots)$

többi szavazat: $(\dots, \hat{F}(\Pi), \dots, b, a, \dots, \hat{F}(\Pi), \dots)$

Közös döntés: $\hat{F}(\Pi) \succ b \succ a$ az egyhangúság és FLA miatt

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Biz: Indirekt. Ha $\hat{F}$ nem taktikázásbiztos akkor egy i szavazó jól járhat hazugsággal: elérheti, hogy a közös döntés a legyen, ahol $a \succ_i \hat{F}(\Pi)$. Ennek érdekében az F FLA tulajdonsága miatt i -nek hazudnia kell az a és $\hat{F}(\Pi)$ közti preferenciájáról. Tegye i a -t közvetlenül $\hat{F}(\Pi)$ elé. Mivel F FLA és $\hat{F}(\Pi)$ viszonya egyetlen más alternatívához képest se változik i szavazatában, ezért a közös döntés $\hat{F}(\Pi)$ marad. Ha most i felcserélné a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t, akkor a közös döntés az indirekt feltevés miatt a lenne.

Vegyünk egy b alternatívát, amire $a \neq b \neq \hat{F}(\Pi)$ és mozgassuk a mögé minden szavazatban. Cserélje fel mindenki a -t és b -t.

Cserélje fel i a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t.

Egy lehetetlenségi tétel

i szavazata: $(\dots, b, \hat{F}(\Pi), a, \dots)$

többi szavazat: $(\dots, \hat{F}(\Pi), \dots, b, a, \dots, \hat{F}(\Pi), \dots)$

Közös döntés: $a \succ \hat{F}(\Pi) \succ b \succ a$, ellentmondás.

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos.

Biz: Indirekt. Ha $\hat{F}$ nem taktikázásbiztos akkor egy i szavazó jól járhat hazugsággal: elérheti, hogy a közös döntés a legyen, ahol $a \succ_i \hat{F}(\Pi)$. Ennek érdekében az F FLA tulajdonsága miatt i -nek hazudnia kell az a és $\hat{F}(\Pi)$ közti preferenciájáról. Tegye i a -t közvetlenül $\hat{F}(\Pi)$ elé. Mivel F FLA és $\hat{F}(\Pi)$ viszonya egyetlen más alternatívához képest se változik i szavazatában, ezért a közös döntés $\hat{F}(\Pi)$ marad. Ha most i felcserélné a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t, akkor a közös döntés az indirekt feltevés miatt a lenne.

Vegyünk egy b alternatívát, amire $a \neq b \neq \hat{F}(\Pi)$ és mozgassuk a mögé minden szavazatban. Cserélje fel mindenki a -t és b -t.

Cserélje fel i a -t és $\hat{F}(\Pi)$ -t.

Ellentmondás.



Egy lehetetlenségi tétel

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(a_1, \dots)$

többi szavazat: $(\dots, a_1, \dots)$

Közös döntés: $a_1 \succ a_2 \succ a_3 \succ \dots \succ a_k$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(\dots, a_1)$

többi szavazat: $(\dots, a_1)$

Közös döntés: $a_2 \succ a_3 \succ \dots \succ a_k \succ a_1$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(a_2, \dots, a_1)$

többi szavazat: $(\dots, a_1)$

Közös döntés: $a_2 \succ a_3 \succ \dots \succ a_k \succ a_1$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(a_2, \dots, a_1)$

többi szavazat: $(\dots, a_1)$

Közös döntés: $a_2 \succ a_3 \succ \dots \succ a_k \succ a_1$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva. Hasonlóan az eddigiekhez, tegyük a_2 -t minden szavazat végére. Ezzel a_2 kerül a megszavazott sorrend végére.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(\dots, a_1, a_2)$

többi szavazat: $(\dots, a_1, a_2)$

Közös döntés: $a_3 \succ \dots \succ a_k \succ a_1 \succ \text{barna } a_2$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva. Hasonlóan az eddigiekhez, tegyük a_2 -t minden szavazat végére. Ezzel a_2 kerül a megszavazott sorrend végére.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(\dots, a_1, a_2)$

többi szavazat: $(\dots, a_1, a_2)$

Közös döntés: $a_3 \succ \dots \succ a_k \succ a_1 \succ b \dots a_2$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva. Hasonlóan az eddigiekhez, tegyük a_2 -t minden szavazat végére. Ezzel a_2 kerül a megszavazott sorrend végére. Mivel d az $\hat{F}$ TVF diktátora, a_3 -nak a $\preceq_d$ szerinti harmadik alternatívának kell lennie.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(a_3, \dots, a_1, a_2)$

többi szavazat: $(\dots, a_1, a_2)$

Közös döntés: $a_3 \succ \dots \succ a_k \succ a_1 \succ a_2$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva. Hasonlóan az eddigiekhez, tegyük a_2 -t minden szavazat végére. Ezzel a_2 kerül a megszavazott sorrend végére. Mivel d az $\hat{F}$ TVF diktátora, a_3 -nak a $\preceq_d$ szerinti harmadik alternatívának kell lennie.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(a_3, \dots, a_1, a_2)$

többi szavazat: $(\dots, a_1, a_2)$

Közös döntés: $a_3 \succ \dots \succ a_k \succ a_1 \succ a_2$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva. Hasonlóan az eddigiekhez, tegyük a_2 -t minden szavazat végére. Ezzel a_2 kerül a megszavazott sorrend végére. Mivel d az $\hat{F}$ TVF diktátora, a_3 -nak a $\preceq_d$ szerinti harmadik alternatívának kell lennie. Hasonló érveléssel $\preceq_d$ nem csak az $F(\Pi)$ szerinti legjobb alternatívát, hanem a 2.-at, 3.-at, stb is meghatározza.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(a_1, a_2, \dots, a_k)$

többi szavazat: $(\dots, a_1, \dots)$

Közös döntés: $a_1 \succ a_2 \succ a_3 \succ \dots \succ a_k$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva. Hasonlóan az eddigiekhez, tegyük a_2 -t minden szavazat végére. Ezzel a_2 kerül a megszavazott sorrend végére. Mivel d az $\hat{F}$ TVF diktátora, a_3 -nak a $\preceq_d$ szerinti harmadik alternatívának kell lennie. Hasonló érveléssel $\preceq_d$ nem csak az $F(\Pi)$ szerinti legjobb alternatívát, hanem a 2.-at, 3.-at, stb is meghatározza.

Egy lehetetlenségi tétel

d szavazata: $(a_1, a_2, \dots, a_k)$

többi szavazat: $(\dots, a_1, \dots)$

Közös döntés: $a_1 \succ a_2 \succ a_3 \succ \dots \succ a_k$

Arrow tétele:

Ha $|A| \geq 3$ és az F TVSZ egyhangú és FLA, akkor F diktatórikus.

Lemma: A fenti Tételbeli F TVSZ taktikázásbiztos. □

Az Arrow-tétel bizonyítása: A Gibbard–Satterthwaite-tétel és a fenti Lemma miatt $\hat{F}$ diktatórikus. Legyen d a diktátor és tfh a közös döntés $F(\Pi)$ is $a_1 \succ a_2 \succ \dots \succ a_k$.

Tegyük a_1 -et minden egyes szavazat végére. A közös döntésben a_1 a sor végére kerül, de más nem változik, mivel F egyhangú és FLA. Ezért az új közös döntés a_2 -vel kezdődik. Tehát a_2 a d szavazata szerinti második legjobb alternatíva. Hasonlóan az eddigiekhez, tegyük a_2 -t minden szavazat végére. Ezzel a_2 kerül a megszavazott sorrend végére. Mivel d az $\hat{F}$ TVF diktátora, a_3 -nak a $\preceq_d$ szerinti harmadik alternatívának kell lennie. Hasonló érveléssel $\preceq_d$ nem csak az $F(\Pi)$ szerinti legjobb alternatívát, hanem a 2.-at, 3.-at, stb is meghatározza. Következésképp d az F TVSZ diktátora. □

Elérhető alternatívák

Célunk a Gibbard–Satterthwaite-téel bizonyítása. Ehhez a kulcs a taktikázásbiztos tulajdonság újrafogalmazása.

Tétel: (Gibbard–Satterthwaite-tétel)

Ha $|A| \geq 3$ és az f TVF szürjektív és taktikázásbiztos, akkor f diktatórikus.

Elérhető alternatívák

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -elérhető i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$.
Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -elérhető i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$. Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Az, hogy a Π -elérhető i -nek, azt jelenti, hogy ha a többi szavazó nem változtat a szavazatán, akkor i alkalmas hazugsággal elérheti, hogy a legyen a közös döntés.

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -elérhető i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$. Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Az, hogy a Π -elérhető i -nek, azt jelenti, hogy ha a többi szavazó nem változtat a szavazatán, akkor i alkalmas hazugsággal elérheti, hogy a legyen a közös döntés.

Megf: Egy szavazó se változtathat az elérhető alternatíváin.

Ha tehát $\Pi' = (\Pi_{-i}, \preceq'_i)$ (mint fent), akkor $A(\Pi, i) = A(\Pi', i)$.

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -**elérhető** i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$. Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Az, hogy a Π -elérhető i -nek, azt jelenti, hogy ha a többi szavazó nem változtat a szavazatán, akkor i alkalmas hazugsággal elérheti, hogy a legyen a közös döntés.

Megf: Egy szavazó se változtathat az elérhető alternatíváin.

Ha tehát $\Pi' = (\Pi_{-i}, \preceq'_i)$ (mint fent), akkor $A(\Pi, i) = A(\Pi', i)$.

Konvenció: az elérhető alternatívákat bekeretezzük (Π rögzített).

Példa: Tfh Π rögzített, $\preceq_i = (\text{ア}, \text{イ}, \boxed{\text{ウ}}, \text{エ}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$.

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -**elérhető** i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$. Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Az, hogy a Π -elérhető i -nek, azt jelenti, hogy ha a többi szavazó nem változtat a szavazatán, akkor i alkalmas hazugsággal elérheti, hogy a legyen a közös döntés.

Megf: Egy szavazó se változtathat az elérhető alternatíváin.

Ha tehát $\Pi' = (\Pi_{-i}, \preceq'_i)$ (mint fent), akkor $A(\Pi, i) = A(\Pi', i)$.

Konvenció: az elérhető alternatívákat bekeretezzük (Π rögzített).

Példa: Tfh Π rögzített, $\preceq_i = (\text{ア}, \text{イ}, \boxed{\text{ウ}}, \text{エ}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$.

Kínzó kérdés: Melyik alternatíva $f(\Pi)$, ha f taktikázásbiztos?

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -**elérhető** i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$. Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Az, hogy a Π -elérhető i -nek, azt jelenti, hogy ha a többi szavazó nem változtat a szavazatán, akkor i alkalmas hazugsággal elérheti, hogy a legyen a közös döntés.

Megf: Egy szavazó se változtathat az elérhető alternatíváin.

Ha tehát $\Pi' = (\Pi_{-i}, \preceq'_i)$ (mint fent), akkor $A(\Pi, i) = A(\Pi', i)$.

Konvenció: az elérhető alternatívákat bekeretezzük (Π rögzített).

Példa: Tfh Π rögzített, $\preceq_i = (\text{ア}, \text{イ}, \boxed{\text{ウ}}, \text{エ}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$.

Kínzó kérdés: Melyik alternatíva $f(\Pi)$, ha f taktikázásbiztos?

Válasz: As $f(\Pi)$ is Π -elérhető i számára, így $f(\Pi) \in \{\text{ウ}, \text{オ}, \text{カ}\}$.

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -elérhető i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$. Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Az, hogy a Π -elérhető i -nek, azt jelenti, hogy ha a többi szavazó nem változtat a szavazatán, akkor i alkalmas hazugsággal elérheti, hogy a legyen a közös döntés.

Megf: Egy szavazó se változtathat az elérhető alternatíváin.

Ha tehát $\Pi' = (\Pi_{-i}, \preceq'_i)$ (mint fent), akkor $A(\Pi, i) = A(\Pi', i)$.

Konvenció: az elérhető alternatívákat bekeretezzük (Π rögzített).

Példa: Tfh Π rögzített, $\preceq_i = (\text{ア}, \text{イ}, \boxed{\text{ウ}}, \text{エ}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$.

Kínzó kérdés: Melyik alternatíva $f(\Pi)$, ha f taktikázásbiztos?

Válasz: As $f(\Pi)$ is Π -elérhető i számára, így $f(\Pi) \in \{\text{ウ}, \text{オ}, \text{カ}\}$.
Ha $f(\Pi) \neq \text{ウ}$, akkor f nem taktikázásbiztos. Így $f(\Pi) = \text{ウ}$.

Elérhető alternatívák

Rögzítsük: A -t, N -et, az f TVF-t és a $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ profilt.

Def: Az a alternatíva Π -elérhető i számára, ha alkalmas $\preceq'_i$ szavazatra $f(\Pi') = a$, ahol $\Pi' = (\preceq_1, \dots, \preceq_{i-1}, \preceq'_i, \preceq_{i+1}, \dots, \preceq_n)$. Az i számára Π -elérhető alternatívák halmaza $A(\Pi, i)$.

Az, hogy a Π -elérhető i -nek, azt jelenti, hogy ha a többi szavazó nem változtat a szavazatán, akkor i alkalmas hazugsággal elérheti, hogy a legyen a közös döntés.

Megf: Egy szavazó se változtathat az elérhető alternatíváin.

Ha tehát $\Pi' = (\Pi_{-i}, \preceq'_i)$ (mint fent), akkor $A(\Pi, i) = A(\Pi', i)$.

Konvenció: az elérhető alternatívákat bekeretezzük (Π rögzített).

Példa: Tfh Π rögzített, $\preceq_i = (\text{ア}, \text{イ}, \boxed{\text{ウ}}, \text{エ}, \boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$.

Kínzó kérdés: Melyik alternatíva $f(\Pi)$, ha f taktikázásbiztos?

Válasz: As $f(\Pi)$ is Π -elérhető i számára, így $f(\Pi) \in \{\text{ウ}, \text{オ}, \text{カ}\}$.

Ha $f(\Pi) \neq \text{ウ}$, akkor f nem taktikázásbiztos. Így $f(\Pi) = \text{ウ}$.

Ezek alapján karakterizálható a taktikázásbiztosság.

Megf: Tetsz. f TVF pontosan akkor taktikázásbiztos, ha bármely Π profilra $f(\Pi)$ minden szavazó legjobb Π -elérhető alternatívája.

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, f(\Pi), \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta)$

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i$: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, $f(\Pi)$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$)

Átrendezett szavazat $\preceq_i^A$: (5, 7, 3, 2, 4, 6, 1, $f(\Pi)$, $\delta, \varepsilon, \gamma, \zeta, \eta, \alpha, \beta$)

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i$: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, $f(\Pi)$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$)

Átrendezett szavazat $\preceq_i^A$: (5, 7, 3, 2, 4, 6, 1, $f(\Pi)$, $\delta, \varepsilon, \gamma, \zeta, \eta, \alpha, \beta$)

Feljavított szavazat $\preceq_i^F$: (1, 2, 3, 4, $f(\Pi)$, 5, 6, 7, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$)

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i$: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, $f(\Pi)$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$)

Átrendezett szavazat $\preceq_i^A$: (5, 7, 3, 2, 4, 6, 1, $f(\Pi)$, $\delta, \varepsilon, \gamma, \zeta, \eta, \alpha, \beta$)

Feljavított szavazat $\preceq_i^F$: (1, 2, 3, 4, $f(\Pi)$, 5, 6, 7, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$)

Megf: Ha az f TVF taktikázásbiztos, akkor egyetlen átrendezés vagy feljavítás sem változtathat a közös döntésen.

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i$: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, $f(\Pi)$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$)

Átrendezett szavazat $\preceq_i^A$: (5, 7, 3, 2, 4, 6, 1, $f(\Pi)$, $\delta, \varepsilon, \gamma, \zeta, \eta, \alpha, \beta$)

Feljavított szavazat $\preceq_i^F$: (1, 2, 3, 4, $f(\Pi)$, 5, 6, 7, $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$)

Megf: Ha az f TVF taktikázásbiztos, akkor egyetlen átrendezés vagy feljavítás sem változtathat a közös döntésen.

Köv: Ha az f TVF taktikázásbiztos és Π' a Π átrendezett-feljavított változata, akkor $f(\Pi) = f(\Pi')$.

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, f(\Pi), \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta)$

Átrendezett szavazat $\preceq_i^A: (5, 7, 3, 2, 4, 6, 1, f(\Pi), \delta, \varepsilon, \gamma, \zeta, \eta, \alpha, \beta)$

Feljavított szavazat $\preceq_i^F: (1, 2, 3, 4, f(\Pi), 5, 6, 7, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta)$

Megf: Ha az f TVF taktikázásbiztos, akkor egyetlen átrendezés vagy feljavítás sem változtathat a közös döntésen.

Köv: Ha az f TVF taktikázásbiztos és Π' a Π átrendezett-feljavított változata, akkor $f(\Pi) = f(\Pi')$.

Köv: Ha az f TVF taktikázásbiztos, szürjektív és Π -ben minden szavazó legjobb alternatívája a akkor $f(\Pi) = a$.

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, f(\Pi), \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta)$

Átrendezett szavazat $\preceq_i^A: (5, 7, 3, 2, 4, 6, 1, f(\Pi), \delta, \varepsilon, \gamma, \zeta, \eta, \alpha, \beta)$

Feljavított szavazat $\preceq_i^F: (1, 2, 3, 4, f(\Pi), 5, 6, 7, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta)$

Megf: Ha az f TVF taktikázásbiztos, akkor egyetlen átrendezés vagy feljavítás sem változtathat a közös döntésen.

Köv: Ha az f TVF taktikázásbiztos és Π' a Π átrendezett-feljavított változata, akkor $f(\Pi) = f(\Pi')$.

Köv: Ha az f TVF taktikázásbiztos, szürjektív és Π -ben minden szavazó legjobb alternatívája a akkor $f(\Pi) = a$.

Biz: A szürjektivitás miatt van olyan Π' profil, amire with $f(\Pi') = a$. A Π profil a Π' átrendezett-feljavított változat, ezért $f(\Pi) = f(\Pi') = a$ az előző **Következmény** miatt. □

Szavazatmanipulációk következményei

Példa: Rögzítsük $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ -t, és figyeljük az i szavazót.

Eredeti szavazat $\preceq_i: (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, f(\Pi), \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta)$

Átrendezett szavazat $\preceq_i^A: (5, 7, 3, 2, 4, 6, 1, f(\Pi), \delta, \varepsilon, \gamma, \zeta, \eta, \alpha, \beta)$

Feljavított szavazat $\preceq_i^F: (1, 2, 3, 4, f(\Pi), 5, 6, 7, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta)$

Megf: Ha az f TVF taktikázásbiztos, akkor egyetlen átrendezés vagy feljavítás sem változtathat a közös döntésen.

Köv: Ha az f TVF taktikázásbiztos és Π' a Π átrendezett-feljavított változata, akkor $f(\Pi) = f(\Pi')$.

Köv: Ha az f TVF taktikázásbiztos, szürjektív és Π -ben minden szavazó legjobb alternatívája a akkor $f(\Pi) = a$.

Biz: A szürjektivitás miatt van olyan Π' profil, amire with $f(\Pi') = a$. A Π profil a Π' átrendezett-feljavított változat, ezért $f(\Pi) = f(\Pi') = a$ az előző **Következmény** miatt. □

A Gibbard–Satterthwaite-tétel bizonyításához speciális profilokat tanulmányozunk a továbbiakban.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése**: olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése:** olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése**: olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Biz: Az i számára Π -elérhető alternatíváknak sem a halmaza, sem a sorrendje nem változik jobbra shiftelés során, így a közös döntés is marad, ami volt: $f(\Pi) = f(\Pi_{-i}, \preceq'_i)$. □

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése:** olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, \boxed{g}, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése:** olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Megf: Ismételt jobbra shiftelésekkel képezhető a tovább jobbra már átrendezés után sem shiftelhető ú.n. **jobbra shiftelt** Π' profil.

$\preceq'_1$: $(\boxed{a}, \boxed{b}, \dots, \boxed{c}, \boxed{d}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{e}, \dots, \boxed{h})$

$\preceq'_2$: $(\boxed{a}, \boxed{b}, \dots, \boxed{c}, \dots, \boxed{d}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{e})$

$\vdots$

$\preceq'_n$: $(\boxed{a}, \dots, \boxed{c}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{e}, \boxed{d}, \dots, \boxed{h})$

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, \boxed{g}, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése:** olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Megf: Ismételt jobbra shiftelésekkel képezhető a tovább jobbra már átrendezés után sem shiftelhető ú.n. **jobbra shiftelt** Π' profil.

$\preceq'_1$: $(\sqcup, \sqcup, \dots, \sqcup, \sqcup, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

$\preceq'_2$: $(\sqcup, \sqcup, \dots, \sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup})$

$\vdots$

$\preceq'_n$: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

Lemma: Ha Π' egy jobbra shiftelt profil, akkor $\bigcup_{i \in N} A(\Pi', i) = A$.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése**: olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Megf: Ismételt jobbra shiftelésekkel képezhető a tovább jobbra már átrendezés után sem shiftelhető ú.n. **jobbra shiftelt** Π' profil.

$\preceq'_1$: $(\sqcup, \sqcup, \dots, a, \dots, \sqcup, \sqcup, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

$\preceq'_2$: $(\sqcup, \sqcup, \dots, \sqcup, \dots, \sqcup, a, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup})$

$\vdots$

$\preceq'_n$: $(\sqcup, \dots, a, \sqcup, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

Lemma: Ha Π' egy jobbra shiftelt profil, akkor $\bigcup_{i \in N} A(\Pi', i) = A$.

Biz: Indirekt. Ha a senkinek sem Π' -elérhető, akkor alkalmas átrendezéssel a lesz mindenki legjobb szavazata.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése**: olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Megf: Ismételt jobbra shiftelésekkel képezhető a tovább jobbra már átrendezés után sem shiftelhető ú.n. **jobbra shiftelt** Π' profil.

$\preceq''_1$: $(a, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

$\preceq''_2$: $(a, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup})$

$\vdots$

$\preceq''_n$: $(a, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

Lemma: Ha Π' egy jobbra shiftelt profil, akkor $\bigcup_{i \in N} A(\Pi', i) = A$.

Biz: Indirekt. Ha a senkinek sem Π' -elérhető, akkor alkalmas átrendezéssel a lesz mindenki legjobb szavazata.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése**: olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Megf: Ismételt jobbra shiftelésekkel képezhető a tovább jobbra már átrendezés után sem shiftelhető ú.n. **jobbra shiftelt** Π' profil.

$\preceq''_1$: $(a, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

$\preceq''_2$: $(a, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup})$

$\vdots$

$\preceq''_n$: $(a, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

Lemma: Ha Π' egy jobbra shiftelt profil, akkor $\bigcup_{i \in N} A(\Pi', i) = A$.

Biz: Indirekt. Ha a senkinek sem Π' -elérhető, akkor alkalmas átrendezéssel a lesz mindenki legjobb szavazata. Így $f(\Pi') = f(\Pi'') = a$.

Jobbra shiftelés

Tfh f taktikázásbiztos. Legyen $\Pi = (\preceq_1, \dots, \preceq_n)$ és

$\preceq_i$: $(a, b, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{g}, \boxed{h})$ és

$\preceq'_i$: $(a, b, g, c, d, \boxed{f(\Pi)}, e, \boxed{f}, \boxed{h})$

Def: $\preceq_i$ **jobbra shiftelése:** olyan $\preceq'_i$, amiben $f(\Pi)$ elé kerül egy i számára Π -elérhetetlen alternatíva, a többiek sorrendje változatlan.

Megf: A közös döntés egyetlen jobbra shiftelés során sem változik.

Megf: Ismételt jobbra shiftelésekkel képezhető a tovább jobbra már átrendezés után sem shiftelhető ú.n. **jobbra shiftelt** Π' profil.

$\preceq''_1$: $(a, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

$\preceq''_2$: $(a, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup})$

$\vdots$

$\preceq''_n$: $(a, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup}, \boxed{f(\Pi')}, \boxed{\sqcup}, \boxed{\sqcup}, \dots, \boxed{\sqcup})$

Lemma: Ha Π' egy jobbra shiftelt profil, akkor $\bigcup_{i \in N} A(\Pi', i) = A$.

Biz: Indirekt. Ha a senkinek sem Π' -elérhető, akkor alkalmas átrendezéssel a lesz mindenki legjobb szavazata. Így $f(\Pi') = f(\Pi'') = a$.

Mekkora ellentmondás!

A G–S-tétel bizonyítása

A G–S-tétel bizonyítása

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt.

A G-S-tétel bizonyítása

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$.

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \boxed{a}, \dots, \sqcup)$

j szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \boxed{b}, \dots, \sqcup)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$.

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{f(\Pi)}, \boxed{a}, \sqcup, \dots, \sqcup)$

j szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{f(\Pi)}, \boxed{b}, \sqcup, \dots, \sqcup)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$. Átrendezéssel elérjük, hogy $\preceq_i$ -ben ill. $\preceq_j$ -ben a és b közvetlenül kövessék $f(\Pi)$ -t.

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

j szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{f(\Pi)}, \boxed{b}, \square, \dots, \square)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$. Átrendezéssel elérjük, hogy $\preceq_i$ -ben ill. $\preceq_j$ -ben a és b közvetlenül kövessék $f(\Pi)$ -t. Cseréljük fel a -t és $f(\Pi)$ -t in i szavazatában. A közös döntés a lesz.

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

j szavazata: $(\square, \dots, \boxed{a}, \dots, \square, \boxed{f(\Pi)}, \boxed{b}, \square, \dots, \boxed{a}, \dots, \square)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$. Átrendezéssel elérjük, hogy $\preceq_i$ -ben ill. $\preceq_j$ -ben a és b közvetlenül kövessék $f(\Pi)$ -t. Cseréljük fel a -t és $f(\Pi)$ -t in i szavazatában. A közös döntés a lesz.

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \sqcup)$

j szavazata: $(\sqcup, \dots, \boxed{a}, \dots, \sqcup, \boxed{b}, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \boxed{a}, \dots, \sqcup)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$. Átrendezéssel elérjük, hogy $\preceq_i$ -ben ill. $\preceq_j$ -ben a és b közvetlenül kövessék $f(\Pi)$ -t. Cseréljük fel a -t és $f(\Pi)$ -t in i szavazatában. A közös döntés a lesz. Cseréljük fel b -t és $f(\Pi^*)$ j szavazatában. Ez egy átrendezés, így a közös döntés a marad.

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

j szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{b}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$. Átrendezéssel elérjük, hogy $\preceq_i$ -ben ill. $\preceq_j$ -ben a és b közvetlenül kövessék $f(\Pi)$ -t. Cseréljük fel a -t és $f(\Pi)$ -t in i szavazatában. A közös döntés a lesz. Cseréljük fel b -t és $f(\Pi^*)$ j szavazatában. Ez egy átrendezés, így a közös döntés a marad.

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

j szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{b}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$. Átrendezéssel elérjük, hogy $\preceq_i$ -ben ill. $\preceq_j$ -ben a és b közvetlenül kövessék $f(\Pi)$ -t. Cseréljük fel a -t és $f(\Pi)$ -t in i szavazatában. A közös döntés a lesz. Cseréljük fel b -t és $f(\Pi^*)$ j szavazatában. Ez egy átrendezés, így a közös döntés a marad. Fordított sorrendben cserélve azonban a közös döntés b lenne. Ellentmondás. □

A G-S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

j szavazata: $(\square, \dots, \square, \boxed{b}, \boxed{f(\Pi)}, \square, \dots, \square)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$. Π -ből kapható egy jobbra shiftelt Π^* . Ekkor $f(\Pi^*) = f(\Pi)$ és Π^* tetsz. átrendezése is jobbra shiftelt. Megmutatjuk, hogy $A = A(\Pi^*, i)$ egy i szavazóra és minden más $j \neq i$ -re $|A(\Pi^*, j)| = 1$. Ellenkező esetben vannak olyan $i \neq j$ szavazók és $a \neq b$ alternatívák, amire $f(\Pi) \neq a \in A(\Pi^*, i)$ és $f(\Pi) \neq b \in A(\Pi^*, j)$. Átrendezéssel elérjük, hogy $\preceq_i$ -ben ill. $\preceq_j$ -ben a és b közvetlenül kövessék $f(\Pi)$ -t. Cseréljük fel a -t és $f(\Pi)$ -t in i szavazatában. A közös döntés a lesz. Cseréljük fel b -t és $f(\Pi^*)$ j szavazatában. Ez egy átrendezés, így a közös döntés a marad.

Fordított sorrendben cserélve azonban a közös döntés b lenne.

Ellentmondás. □

Mit is bizonyítottunk eddig?

A G–S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \sqcup)$

j szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{b}, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \sqcup)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$.

A G–S-tétel bizonyítása

i szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{a}, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \sqcup)$

j szavazata: $(\sqcup, \dots, \sqcup, \boxed{b}, \boxed{f(\Pi)}, \sqcup, \dots, \sqcup)$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$.

Azt igazoltuk, hogy bármely $a \in A$ alternatívához van olyan jobbra shiftelt $\Pi^a = (\preceq^a_1, \dots, \preceq^a_n)$ profil és $d(a) \in N$ szavazó, amire $f(\Pi^a) = a$, $A(\Pi^a, d(a)) = A$ és $A(\Pi^*, j) = \{a\}$ áll minden $j \neq i$ -re.

A G–S-tétel bizonyítása

$d(a)$ szavazata: $(\boxed{a}, \boxed{}, \dots, \boxed{})$

többi szavazat: $(\boxed{}, \boxed{}, \dots, \boxed{}, \boxed{}, \boxed{a})$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$.

Azt igazoltuk, hogy bármely $a \in A$ alternatívához van olyan jobbra shiftelt $\Pi^a = (\preceq^a_1, \dots, \preceq^a_n)$ profil és $d(a) \in N$ szavazó, amire $f(\Pi^a) = a$, $A(\Pi^a, d(a)) = A$ és $A(\Pi^*, j) = \{a\}$ áll minden $j \neq i$ -re.

A G-S-tétel bizonyítása

$d(a)$ szavazata: $(\boxed{a}, \boxed{a}, \dots, \boxed{a})$

többi szavazat: $(\boxed{a}, \boxed{a}, \dots, \boxed{a}, \boxed{a})$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$.

Azt igazoltuk, hogy bármely $a \in A$ alternatívához van olyan jobbra shiftelt $\Pi^a = (\preceq^a_1, \dots, \preceq^a_n)$ profil és $d(a) \in N$ szavazó, amire $f(\Pi^a) = a$, $A(\Pi^a, d(a)) = A$ és $A(\Pi^*, j) = \{a\}$ áll minden $j \neq i$ -re.

Vegyük észre, hogy ha $d(a)$ Π profilbeli szavazatában a a legjobb alternatíva, akkor Π a Π^a profil egy átrendezett-feljavított változata. Ez azt jelenti, hogy $d(a)$ egy **a-diktátor**: ha $d(a)$ szavazatában a a legjobb alternatíva, akkor $f(\Pi) = a$.

A G-S-tétel bizonyítása

$d(a)$ szavazata: $(\boxed{a}, \boxed{}, \dots, \boxed{})$

többi szavazat: $(\boxed{}, \boxed{}, \dots, \boxed{}, \boxed{a})$

Biz: Tfh $|A| \geq 3$, az f TVF taktikázásbiztos és $\Pi \in L(A)^N$.

Azt igazoltuk, hogy bármely $a \in A$ alternatívához van olyan jobbra shiftelt $\Pi^a = (\preceq^a_1, \dots, \preceq^a_n)$ profil és $d(a) \in N$ szavazó, amire $f(\Pi^a) = a$, $A(\Pi^a, d(a)) = A$ és $A(\Pi^*, j) = \{a\}$ áll minden $j \neq i$ -re.

Vegyük észre, hogy ha $d(a)$ Π profilbeli szavazatában a a legjobb alternatíva, akkor Π a Π^a profil egy átrendeztet-feljavított változata. Ez azt jelenti, hogy $d(a)$ egy **a-diktátor**: ha $d(a)$ szavazatában a a legjobb alternatíva, akkor $f(\Pi) = a$.

Hasonlóan igazolható, hogy minden $b \in A$ alternatívához is van egy $d(b)$ -vel jelölt **b-diktátor**. Ha $d(a) \neq d(b)$ és $d(a)$ ill. $d(b)$ legjobb választásai a ill. b , akkor $a = f(\Pi) = b$, ami ellentmondás. Ezért $d(a) = d(b) = d$ teljesül bármely $a, b \in A$ alternatívákra, és d diktátor. □

Conclusion

- ▶ TVF és TVSZ segítségével szavazási modelleket definiáltunk

Conclusion

- ▶ TVF és TVSZ segítségével szavazási modelleket definiáltunk
- ▶ Borda- és Copeland-pontszámokon alapulhatnak mechanizmusok, utóbbi Condorcet-konzisztens.

Conclusion

- ▶ TVF és TVSZ segítségével szavazási modelleket definiáltunk
- ▶ Borda- és Copeland-pontszámokon alapulhatnak mechanizmusok, utóbbi Condorcet-konzisztens.
- ▶ Szavazási mechanizmusok fontos tulajdonságai: egyhangúság, FLA, manipulálhatóság, taktikázásbiztosság, diktatórikusság.

Conclusion

- ▶ TVF és TVSZ segítségével szavazási modelleket definiáltunk
- ▶ Borda- és Copeland-pontszámokon alapulhatnak mechanizmusok, utóbbi Condorcet-konzisztens.
- ▶ Szavazási mechanizmusok fontos tulajdonságai: egyhangúság, FLA, manipulálhatóság, taktikázásbiztosság, diktatórikusság.
- ▶ Lehetetlenségi tételeket igazoltunk.

Conclusion

- ▶ TVF és TVSZ segítségével szavazási modelleket definiáltunk
- ▶ Borda- és Copeland-pontszámokon alapulhatnak mechanizmusok, utóbbi Condorcet-konzisztens.
- ▶ Szavazási mechanizmusok fontos tulajdonságai: egyhangúság, FLA, manipulálhatóság, taktikázásbiztosság, diktatóriakusság.
- ▶ Lehetetlenségi tételeket igazoltunk.
- ▶ Taktikázásbiztos TVF ≥ 3 alternatíva esetén diktatórikus.

Conclusion

- ▶ TVF és TVSZ segítségével szavazási modelleket definiáltunk
- ▶ Borda- és Copeland-pontszámokon alapulhatnak mechanizmusok, utóbbi Condorcet-konzisztens.
- ▶ Szavazási mechanizmusok fontos tulajdonságai: egyhangúság, FLA, manipulálhatóság, taktikázásbiztosság, diktatóriakusság.
- ▶ Lehetetlenségi tételeket igazoltunk.
- ▶ Taktikázásbiztos TVF ≥ 3 alternatíva esetén diktatórikus.
- ▶ Egyhangú FLA TVSZ ≥ 3 alternatíva esetén diktatórikus.

Conclusion

- ▶ TVF és TVSZ segítségével szavazási modelleket definiáltunk
- ▶ Borda- és Copeland-pontszámokon alapulhatnak mechanizmusok, utóbbi Condorcet-konzisztens.
- ▶ Szavazási mechanizmusok fontos tulajdonságai: egyhangúság, FLA, manipulálhatóság, taktikázásbiztosság, diktatórikusság.
- ▶ Lehetetlenségi tételeket igazoltunk.
- ▶ Taktikázásbiztos TVF ≥ 3 alternatíva esetén diktatórikus.
- ▶ Egyhangú FLA TVSZ ≥ 3 alternatíva esetén diktatórikus.

Itt a vége