Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

1. ZH 2019. III. 26. 18h QBF08, QBF10

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .

Feladatok

1. Az alábbi táblázat A, B, C és D sorai ill. $1, 2, 3$ és 4 oszlopai alkotják a G páros gráf csúcshalmazát, a táblázatbeli számok pedig az adott sor és oszlop között futó él súlyát jelentik. Határozzuk meg az órán tanult módszerrel G egy maximális súlyú M párosítását, és igazoljuk egyúttal, hogy nincs G-ben M-nél nagyobb súlyú párosítás.

	1	**2**	**3**	**4**
A	2	2	6	3
B	7	5	9	8
C	5	2	7	3
D	7	3	9	5

2. Állapítsuk meg, hogy van-e valós megoldása az itt látható egyenlőtlenségrendszernek. Ha van megoldás, akkor találjunk egy olyan megoldást, amelyben az x_3 változó értéke a lehető legkisebb.

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &\geq -3 \\ 2x_2 + 3x_3 &\geq 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 0 \\ 3x_1 - 6x_2 - 5x_3 &\leq -7 \end{aligned}$$

3. (a) Oldjuk meg az itt látható LP feladatot!

   (b) Meg lehet-e változtatni a célfüggvényt úgy, hogy az $x_1 = 180, x_2 = 80$ optimális megoldás legyen? Ha igen, akkor mutassunk példát ilyen célfüggvényre!

$$\max\{4x_1 + 5x_2\} \text{ ha}$$
$$\begin{aligned} x_1, x_2 &\geq 0 \\ x_1 &\leq 180 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 600 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 400 \end{aligned}$$

4. Határozzuk meg azt a primál LP problémát aminek a duálisa itt látható.
(Nem tilos felrajzolni egy szamárvezetőt.)

$$\min\{7y_1 - 2y_3\} \text{ ha}$$
$$\begin{aligned} y_1, y_3 &\geq 0 \\ 4y_1 - 2y_2 + y_3 &\geq 77 \\ y_2 - 5y_3 &= 9 \\ y_1 + y_2 + y_3 &\geq 5 \end{aligned}$$

5. A piréz labdarúgó bajnokságban minden csapat minden másik csapattal egyszer játszik. Tegyük fel továbbá, hogy a bajnokság végeztével sikerült a csapatokat úgy jutalmazni, hogy ha az i csapat legyőzte a j csapatot, akkor az $p(i) - p(j)$ különbség $10^6 \cdot a(i,j)$ és $10^6 \cdot b(i,j)$ PP (piréz peták) közé essék, ahol $p(v)$ a v csapat jutalmát jelöli, valamint $a(i,j) \leq b(i,j)$ egész számok.

   Igaz-e, hogy a jutalmazás megvalósítható ekkor úgy is, hogy a fenti feltételek továbbra is teljesüljenek, ám minden csapat egymillió PP többszörösét kapja, ráadásul a szétosztott jutalom összege ne növekedjék ettől?

   (Célszerűnek látszik felírni egy, a feladathoz kapcsolódó LP problémát.)

Jó munkát!

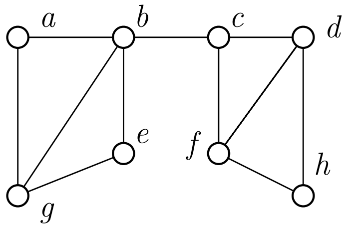
Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

2. ZH 2019. V. 9. 18h QBF09, QBF10

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .

Feladatok

1. Írjuk fel ILP problémaként a következő feladatot. Adott $G = (V, E)$ gráf csúcsainak keressük olyan maximális méretű U részhalmazát, amely előáll két független ponthalmaz uniójaként, azaz $U = U_1 \cup U_2$, ahol G-nek egyetlen éle sem köt össze két U_1-beli vagy két U_2-beli csúcsot. (Érdemes lehet két karakterisztikus vektorral dolgozni.)
2. Tegyük fel, hogy a G gráfnak van olyan fülfelbontása, amelyben pontosan 7 db olyan fül szerepel, ami egyetlen ponton csatlakozik a korábban felépített gráfhoz. Legfeljebb hány elvágó éle és hány (maximális) blokkja lehet G-nek?
3. Tegyük fel, hogy a G gráfnak pontosan két elvágó pontja és pontosan 10 (maximális) blokkja van. Melyik az a legkisebb k érték, amire igaz, hogy a G gráf k él behúzásával garantáltan 2-szeresen pontösszefüggővé tehető?
4. Vannak-e az ábrán látható gráfnak olyan u és v csúcsai, amelyek közti élösszefüggőségre $\lambda(u, v) = d(v)$ teljesül? Ha van, akkor keressünk ilyen csúcspárt, ha nincs, bizonyítsuk be, hogy nem létezik ilyen.



5. Tegyük fel, hogy a 4-szeresen élösszefüggő G gráfnak u és v szomszédos, hatodfokú csúcsai. Bizonyítsuk be, hogy G-nek van olyan ux és vy éle, amelyre az említett élek és uv törlésével, valamint egy xy él behúzásával létrejövő $G - uv - ux - vy + xy$ gráf szintén 4-szeresen élösszefüggő.

Jó munkát!

Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

1. pZH 2019. V. 17. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .

Feladatok

1. Az alábbi táblázat A, B, C és D sorai ill. $1, 2, 3$ és 4 oszlopai alkotják a G páros gráf csúcshalmazát, a táblázatbeli számok pedig az adott sor és oszlop között futó él súlyát jelentik. Határozzunk meg G éleinek egy minimális összsúlyú lefogását, és igazoljuk, hogy nincs G éleinek nincs ennél kisebb összsúlyú lefogása.

	1	**2**	**3**	**4**
A	2	0	1	9
B	0	8	6	11
C	1	5	7	12
D	9	11	12	16

2. Állapítsuk meg, hogy van-e valós megoldása az itt látható egyenlőtlenségrendszernek. Ha van megoldás, akkor találjunk egy olyan megoldást, amelyben az x_3 változó értéke a lehető legkisebb.

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3x_2 + x_3 &\geq -3 \\ 2x_2 + 3x_3 &\geq 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 0 \\ 3x_1 - 6x_2 - 5x_3 &\leq -7 \end{aligned}$$

3. (a) Oldjuk meg az itt látható lineáris programozási feladatot!

   (b) Meg lehet-e változtatni a célfüggvényt úgy, hogy az $x_1 = 20, x_2 = 10$ optimális megoldás legyen? Ha igen, akkor mutassunk példát ilyen célfüggvényre!

$$\max\{2x_1 + 3x_2\} \text{ ha}$$
$$\begin{aligned} x_1, x_2 &\geq 0 \\ x_1 &\leq 20 \\ x_1 + x_2 &\leq 30 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 50 \end{aligned}$$

4. Határozzuk meg azt a primál LP problémát aminek a duálisa itt látható.
(Nem tilos felrajzolni egy szamárvezetőt.)

$$\max\{2y_1 + 5y_3\} \text{ ha}$$
$$\begin{aligned} y_2, y_3 &\geq 0 \\ 3y_1 + 2y_2 - 4y_3 &\leq 42 \\ y_1 - 5y_2 &= 7 \\ 6y_1 - y_2 + 7y_3 &\geq 11 \end{aligned}$$

5. Egy $G = (V, E)$ gráf 2-*faktora* alatt az E egy olyan F részhalmazát értjük, amelyre G minden csúcsából pontosan két F-beli él indul. Tegyük fel, hogy G páros gráf és $c : E \to \mathbb{R}$ adott súlyfüggvény. Fogalmazzuk meg a maximális súlyú 2-faktor keresésének problémáját ILP feladatként. Igaz-e, hogy a megfelelő LP feladatnak mindig van egész optimuma, azaz az ILP optimuma egyúttal optimuma az LP-nek is?

Jó munkát!

Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

2. pZH 2019. V. 17. 8h

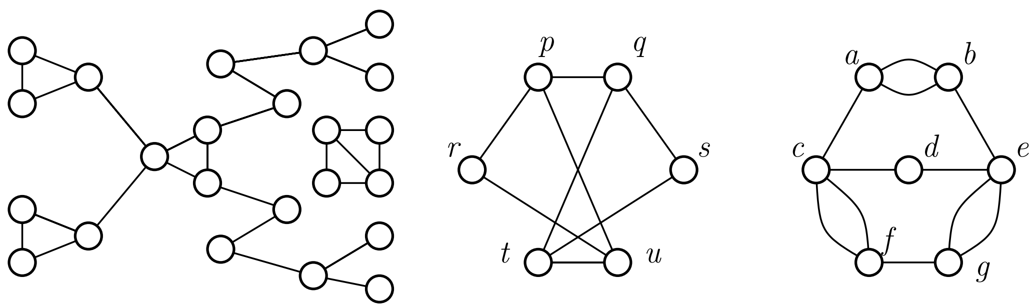
A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Íróeszeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .

Feladatok

1. Írjuk fel ILP problémaként a következő feladatot. Adott $a_1, a_2, \ldots, a_n$ nagyságú súlyokból kell legfeljebb k db-ot kiválasztani úgy, hogy az összsúly minél kevesebb, de legalább m legyen.

2. Legkevesebb hány élt kell behúzni a bal oldali ábrán látható G gráfba ahhoz, hogy a kapott G' gráfnak legyen fülfelbontása?

3. Határozzunk meg a középső ábrán látható gráfban egy minimális vágást a Nagamochi-Ibaraki-algoritmus segítségével.



4. A jobb oldali ábrán látható gráf egy maxvissza sorrendjében a az utolsó csúcs. Melyik az utolsó előtti csúcs ugyanebben a sorrendben?

5. Tegyük fel, hogy a 4-szeresen élösszefüggő G gráfnak u és v nem szomszédos, negyeddfokú csúcsai. Bizonyítsuk be, hogy u-nak vannak olyan a és b szomszédai, valamint v-nek olyan c és d szomszédai, hogy a $G' = G - ua - ub - vc - vd + uc + ud + va + vb$ gráf 4-szeresen összefüggő. (4 élt törlünk és 4 élt hozzáveszünk G-hez.)

Jó munkát!

Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

1. ZH 2020. III. 31. 18h

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** minden feltöltött oldalon *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel. A dolgozatírás ideje alatt semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott, nyomtatott vagy elektronikus jegyzet használata. Szintét tilos a kitűzött feladatokról bármilyen csatornán kommunikálni az előadótól különböző személlyel. Számítógépet vagy mobiltelefont pedig csak a feladatsor letöltésehez, a dolgozat feltöltéséhez ill. az előadóhoz intézett kérdések feltevéséhez szabad igénybe venni.
A megoldásokat .pdf vagy .jpg formában kell feltölteni a Teams felületre (figyelve a feltöltött kép orientációjára) majd a **Turn in** gomb megnyomásával **legkésőbb 19:40-ig beadni**. A dolgozatírás ideje alatt az oktatótól a Teams felületen lehet kérdezni, közvetlen híváskezdeményezéssel.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .

Feladatok

1. Bármilyen kemény munka is a locsolkodás, a kijárási korlátozás miatt mindenki csak egy helyen végezheti ezt. Három (fiú)testvér (**A**, **B** és **C**) próbál minél több piros tojást gyűjteni a jeles alkalommal. Öt lehetséges helyre mehetnek (**1**, **2**, **3**, **4** és **5**) és az alábbbi táblázatba gyűjtötték, hogy mennyi tojásra számítanak az egyes locsolók, ha az adott helyen öntöznek Határozzuk meg, hogy legfeljebb hány tojást tudnak ilyen feltételek mellett összegyűjteni. Adjunk ehhez egy locsolási tervet, és mutassuk is meg, hogy az így megszerezhetőnél nem gyűjthető több tojás a fenti feltételek mellett.

	A	**B**	**C**
1	9	11	7
2	13	11	10
3	10	12	9
4	14	20	16
5	10	10	8

(Figyelem: három fiú csak három helyen locsolhat!)

2. Fourier-Motzkin-elimináció segítségével állapítsuk meg, van-e megoldása az itt látható egyenlőtlenségrendszernek. Ha igen, akkor határozzunk meg egy olyat, amelyikre az x_3 változó a lehető legnagyobb.

$$\begin{aligned} 2x_1+3x_2+x_3 &\leq 3\\ 2x_1-x_2-2x_3 &\geq 3\\ x_1-2x_2+2x_3 &\leq 1\\ 2x_2-x_3 &\leq 5 \end{aligned}$$

3. Piréziában kétféle pálinkát szabad otthon párolni: 50%-os ill. 80%-os alkoholtartalmút. További szabály, hogy senki sem párolhat 400 liternél több 80%-osat, vagy 600 liternél több 50%-osat. Ezen kívül a kétféle pálinka összalkoholtartalma sem haladhatja meg a 400 litert. A rezsicsökkentés jegyében rögzítették az árakat: az 50%-osat literenkét 100, a 80-százalékosat pedig literenként 150 forintért kell forgalmazni. Mennyit érdemes párolni az egyes fajtákból ahhoz, hogy az eladásból származó bevételünket maxi-

malizáljuk?

(Talán érdemes lenne felírni egy LP feladatot.)

---

4. Határozzuk meg azt a primál LP problémát aminek a duálisa itt látható.
(Nem tilos szamárvezetőt rajzolni.)

$$\min\{2y_1 - 7y_3\} \text{ ha}$$
$$\begin{aligned} y_2 &\geq 0 \\ y_1 - y_2 - 4y_3 &\leq 42 \\ 3y_1 + 7y_2 - y_3 &\geq 5 \\ y_1 + y_2 + y_3 &= 33 \end{aligned}$$

---

5. A korona elleni küzdelemben szerzett múlhatatlan éredemei elismeréseként Pirézia elnökének tiszteletére az ország n focicsapata között szeretnénk egy időben a lehető legtöbb mérkőzést megszervezni. Figyelembe kell azonban venni, hogy a helyi szabályok minden piréz megyére meghatározzák, hogy egy időben hány csapat mérkőzhet az adott megyén kívüli csapattal. (Egy M megye esetén $c(M)$ jelöli ezt a felső korlátot.) További feltétel, hogy a lejátszott mérkőzések legalább a felében két olyan csapatnak kell egymással játszania, amelyek azonos bajnokságban játszanak.

   Írjunk fel egy olyan IP problémát, ami a fenti feladatot oldja meg: válasszunk alkalmas változókat és adjuk meg a megfelelő lineáris és esetleges egészértékűségi feltételeket valamint a célfüggvényt.

Jó munkát!

Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

2. ZH 2020. V. 15. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő egyetlen pdf fájlt adjon be a moodle rendszerbe történő feltöltés útján. Erre a feltöltésre a dolgozatírás megkezdésétől a dolgozatírásra rendelkezésre álló idő leteltét követő 20 percig van lehetőség. A korábban feltöltött fájl ezen időszak alatt lecserélhető egy másikra. A feltöltött fájl neve **<Nev><Neptun>vkozh2.pdf** legyen, ahol <Nev> a dolgozatot író hallgató vezeték- és keresztneve ékezet ill. szóköz nélkül, <Neptun> pedig a neptun-kódja. Kizárólag abban az esetben, ha a feltöltés nem működik, a dolgozat beadható a `fleiner@cs.bme.hu` címre küldött e-mailben.

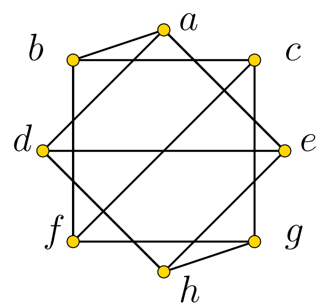
A dolgozat elkészíthető szövegszerkesztő program segítségével vagy befényképezett papírok pdf-re történő konverziójával is. Kérem, mindenki fontolja meg, nem jár-e jobban az első megoldással.

Bármilyen írásos segédeszköz ((elektronikus) könyv, jegyzet, statikus internetes tartalom) felhasználható a dolgozatírás ideje alatt. Tilos bármiféle interaktív segítség igénybevétele ill. tilos a dolgozatot író hallgatónak a dolgozat feladatairól a dolgozatírás időtartama alatt a tárgy előadójának feltett kérdéseken kívül más személlyel bármiféle kommunikációt folytatnia.

Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .

A dolgozatírás ideje alatt az oktatótól a Teams felületen lehet kérdezni, közvetlen híváskezdeményezéssel. Szerencsés esetben választ kap a kérdező.

Feladatok



1. Határozzuk meg az ábrán látható gráf egy minimális vágását a Nagamochi-Ibaraki-algoritmus segítségével úgy, hogy amikor egy lépés során több csúcsból is lehet választani, mindig azt választjuk, amelyik ABC rendben a legelső lehet.

2. Van-e olyan összefüggő gráf, aminek 7 elvágó pontja és 10 maxblokkja van, de mégsem tehető 2-szeresen pontösszefüggővé 4 él behúzásával? Ha van, akkor mutassunk ilyen gráfot és igazoljuk e tulajdonságát, ha nincs, akkor bizonyítsuk be, hogy minden ilyen gráf 2-szeresen összefüggővé tehető legfeljebb 4 él hozzávételével.

3. Tegyük fel, hogy a G gráfnak $v_1, v_2, \ldots, x, y$ és $u_1, u_2, \ldots, y, x$ is egy maxvissza sorrendje. Bizonyítsuk be, hogy $d(x) = d(y)$, azaz ha a maxvissza sorrend $\ldots, x, y$-ra és $\ldots, y, x$-re is tud végződni, akkor a két utolsó csúcs fokszáma megegyezik.

4. Hat munka ütemezését kell elvégeznünk, az egyes megmunkálási idők $1, 2, 3, 4, 5$ és 6. Mennyi lesz az átlagos átfutási idő minimuma ha egy gépre ütemezünk? Mennyi lesz az átlagos átfutási idő akkor, ha LPT sorrendben listás ütemezéssel dolgozunk két gépen?

5. Előfordulhat-e, hogy ugyanazokat a tárgyakat az FF algoritmus másfélszer annyi ládába pakolja, mint az FFD algoritmus?

Jó munkát!

Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

1. pZH 2020. V. 22. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő egyetlen pdf fájlt adjon be a moodle rendszerbe történő feltöltés útján. Erre a feltöltésre a dolgozatírás megkezdésétől a dolgozatírásra rendelkezésre álló idő leteltét követő 20 percig van lehetőség. A korábban feltöltött fájl ezalatt lecserélhető egy másikra. A feltöltött fájl neve **<Nev><Neptun>vkopzh1.pdf** legyen, ahol <Nev> a dolgozatot író hallgató vezeték- és keresztneve ékezet ill. szóköz nélkül, <Neptun> pedig a neptun-kódja. Kizárólag abban az esetben, ha a feltöltés nem működik, a dolgozat beadható a `fleiner@cs.bme.hu` címre küldött e-mailben.
A dolgozat elkészíthető szövegszerkesztő program segítségével vagy befényképezett papírok pdf-re történő konverziójával is. Kérem, mindenki fontolja meg, nem jár-e jobban az első megoldással.
Bármilyen írásos segédeszköz ((elektronikus) könyv, jegyzet, statikus internetes tartalom) felhasználható a dolgozatírás ideje alatt. Tilos bármiféle interaktív segítség igénybevétele ill. tilos a dolgozatot író hallgatónak a dolgozat feladatairól a dolgozatírás időtartama alatt a tárgy előadójának feltett kérdéseken kívül más személlyel bármiféle kommunikációt folytatnia.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a honlapon: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .
A dolgozatírás ideje alatt az oktatótól a Teams felületen lehet kérdezni, közvetlen híváskezdeményezéssel. Szerencsés esetben választ kap a kérdező.

Feladatok

1. A G páros gráf élei az $\{A, B, C, D\}$ ill. $\{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}\}$ ponthalmazok között futnak. A mellékelt táblázat az élek súlyát adja meg. Van-e olyan minimális súlyú súlyozott lefogás, amely az A, B, C ill. D. pontokhoz a jobb oldali oszlopban található számokat rendeli?

	1	**2**	**3**	**4**	
A	7	9	7	10	5
B	2	4	3	7	1
C	5	7	3	7	3
D	5	5	4	8	2

(Ha van ilyen, akkor azt adjuk meg, és bizonyítsuk róla, hogy minimális, ha nincs, akkor adjunk meg egy olyan súlyozott lefogást, amely kisebb összsúlyú, mint bármely olyan, ami a jobb oldali oszlopból megkapható.)

---

2. Az órán tanult Fourier-Motzkin elimináció segítségével állapítsuk meg, hogy van-e valós megoldása az itt látható egyenlőtlenségrendszernek. (Tehát ha van megoldás, azt nem szükséges konkrétan megadni, bátran használható a mátrixos alak.)

$$\begin{aligned} x_1 + 4x_2 - 7x_3 &\geq 3 \\ x_1 + 4x_2 - 8x_3 &\leq -1 \\ x_1 + 7x_2 - 1x_3 &\leq 12 \\ x_1 - x_2 - 12x_3 &\leq -2 \end{aligned}$$

---

3. Van-e olyan (c_1, c_2) célfüggvény, amire az alábbi LP-nek nincs egészértékű optimuma, azaz nincs olyan optimális (x_1, x_2) megoldása, ahol x_1 és x_2 is egész szám? A választ indokoljuk: ha van ilyen célfüggvény, akkor adjunk meg egy ilyet, ha nincs, akkor bizonyítsuk be, hogy minden célfüggvényhez tartozik egész optimum.

$$\min\{c_1x_1 + c_2x_2\} \quad \text{ha}$$
$$\begin{aligned} x_1 &\geq 0 \\ x_1 - 4x_2 &\geq -11 \\ 5x_1 + 4x_2 &\leq 19 \\ 2x_1 - x_2 &\leq 6 \end{aligned}$$

---

4. Határozzuk meg azt az LP problémát, aminek a mellékelt egyenlőtlenségrendszer a duálisa.

$$
\begin{aligned}
\min\{y_1 - 333y_2 + 222y_3\} &\quad \text{ha} \\
y_1, y_2 &\geq 0 \\
y_1 - y_2 + 22y_3 &\geq 3 \\
3y_1 - 33y_2 + y_3 &= 55 \\
7y_1 + 77y_3 &\geq 33 \\
7y_2 - 17y_3 &\geq 11
\end{aligned}
$$

---

5. Piréziában feloldották a kijárási korlátozást, de azért még nagyon vigyáznak, ne történjen baj. Ezért operatív hajtásokat telepítenek néhány városba azzal a megkötéssel, hogy minden olyan v város esetén, ahova nem települ operatív hajtás, legyen egy v-vel szomszédos u város, ahova települ. Írjunk fel olyan IP problémát, ami a városok szomszédosságát leíró gráf ismeretében meghatározza, mely városokba kerüljenek az operatív hajtások ahhoz, hogy a lehető legkevesebb operatív hajtásra legyen szükség: definiáljunk változókat és határozzuk meg a problémát leíró lineáris ill. egészértékűségi feltételeket.

Jó munkát!

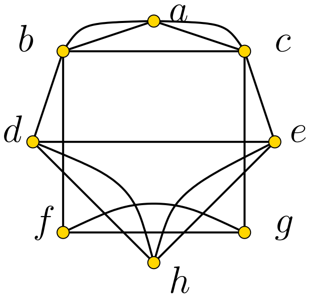
Kombinatorikus optimalizálás (VISZMA06)

2. pZH 2020. V. 26. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő egyetlen pdf fájlt adjon be a moodle rendszerbe történő feltöltés útján. Erre a feltöltésre a dolgozatírás megkezdésétől a dolgozatírásra rendelkezésre álló idő leteltét követő 20 percig van lehetőség. A korábban feltöltött fájl ezen időszak alatt lecserélhető egy másikra. A feltöltött fájl neve **<Nev><Neptun>vkopzh2.pdf** legyen, ahol <Nev> a dolgozatot író hallgató vezeték- és keresztneve ékezet ill. szóköz nélkül, <Neptun> pedig a neptun-kódja. Kizárólag abban az esetben, ha a feltöltés nem működik, a dolgozat beadható a `fleiner@cs.bme.hu` címre küldött e-mailben.
A dolgozat elkészíthető szövegszerkesztő program segítségével vagy befényképezett papírok pdf-re történő konverziójával is. Kérem, mindenki fontolja meg, nem jár-e jobban az első megoldással.
Bármilyen írásos segédeszköz ((elektronikus) könyv, jegyzet, statikus internetes tartalom) felhasználható a dolgozatírás ideje alatt. Tilos bármiféle interaktív segítség igénybevétele ill. tilos a dolgozatot író hallgatónak a dolgozat feladatairól a dolgozatírás időtartama alatt a tárgy előadójának feltett kérdéseken kívül más személlyel bármiféle kommunikációt folytatnia.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-19 pont: sikertelen, 20-50 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy a két sikeres zh *összesített* pontszámából származik. Részletek a tárgy honlapján: `http://cs.bme.hu/villkombopt/` .
A dolgozatírás ideje alatt az oktatótól a Teams felületen lehet kérdezni, közvetlen híváskezdeményezéssel.

Feladatok

1. Határozzuk meg az ábrán látható gráf egy minimális vágását a Nagamochi-Ibaraki-algoritmus segítségével úgy, hogy amikor egy lépés során több csúcsból is lehet választani, mindig azt választjuk, amelyik ABC rendben a legelső lehet.



2. Legalább hány komponense van a G gráfnak, ha G-nek 7 elvágó éle van, de bárhogy is húzunk G-be 6 élt, a kapott gráf sosem lesz 2-élösszefüggő?

3. A Nagamochi-Ibaraki algoritmust egy G gráfon futtattuk. Tegyük fel, hogy a talált maxvissza sorrendekben utolsó csúcsok fokszámai az alábbi sorrendben követték egymást: $13, 7, 10, 4, 10, 6, 11, 7, 5, 8$. Van-e G-nek fülfelbontása? Ha igen, akkor legalább hány élt kell törölni G-ből ahhoz, hogy a kapott gráfnak ne legyen fülfelbontása?

4. Hat munka ütemezését kell elvégeznünk, az egyes megmunkálási idők $1, 2, 3, 4, 5$ és 6. Mennyi lesz az átfutási idő és az átlagos átfutási idő egy gépen LPT sorrendben listás ütemezéssel ill. két gépen SPT sorrendben listás ütemezéssel?

5. Tegyük fel, hogy olyan tárgyakat kell egységnyi kapcitású ládákba pakolni, amely tárgyak mindegyikének a mérete $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}$ vagy $\frac{1}{24}$ Bizonyítsuk be, hogy az FFD algoritmus által felhasznált számú ládánál kevesebbel nem oldható meg a feladat.

Jó munkát!