

Hogyan készítsünk Greibach normál alakú (GNF) nyelvtant környezetfüggetlenből?

Legelőször tennék a címhez még egy kiegészítést. Ugyanis jól fésült nyelvtant fogunk csak átalakítani. Ha a nyelvtanunk nem jól fésült, vagyis tartalmaz egyszeres szabályt, ε -szabályt, vagy felesleges szimbólumot, akkor a már jól ismert fésülős eljárásainkat kell először alkalmaznunk.

Definíció

A nyelvtan Greibach normál alakú (GNF), ha minden szabálya

$$A \rightarrow aW$$

alakú, azaz a szabály bal oldalán egy darab nemterminális szimbólum szerepel, míg a jobb oldala egy darab terminális szimbólummal kezdődik és utána tetszőlegesen sok (akár 0) nemterminális szimbólum található. A nyelvtanban az $S \rightarrow \varepsilon$ szabály is benne lehet (S a mondat-szimbólum), amennyiben a generált nyelv tartalmazza az üres jelsorozatot, de ekkor S nem szerepelhet szabály jobb oldalán.

Tétel

Minden jól fésült környezetfüggetlen nyelvtan Greibach normál alakúvá alakítható.

Bizonyítás

Bizonyításunk szokás szerint konstruktív lesz, azaz fogunk adni egy módszert, amely egy jól fésült környezetfüggetlen nyelvtanból indul ki, és egy olyan nyelvtant eredményez, melynek szabályai $A \rightarrow aW$ alakúak.

1. Rögzítsünk le egy rendezést a nemterminális szimbólumokon! A választott rendezés elvileg tetszőleges lehet, de algoritmusunk sokat gyorsulhat, ha jól választunk. Legyen ez a rendezés:

$$A_1 < A_2 < \dots < A_n$$

ahol n a nyelvtanban szereplő nemterminálisok száma.

2. Ha van olyan szabályunk, melynek jobb oldalán nemcsak az első szimbólum terminális, akkor a hátrébb szereplő terminálisok helyére helyettesítsünk be (terminálisonként) egy-egy új nemterminálist, és adjunk nyelvtanunkhoz egy-egy új szabályt, melynek bal oldalán az új nemterminális szimbólum van, míg a jobboldalon az eredeti terminális.
3. Első lépésként azt a célt tűzzük ki magunk elé, hogy olyan nyelvtant készítsünk, amelyben csak

$$I. A_i \rightarrow aW$$

$$II. A_i \rightarrow A_j W \quad i < j$$

alakú szabályok vannak.

Menjünk végig i -vel 1-től n -ig a számokon növekvő sorrendben! (n a nyelvtanban szereplő nemterminálisok száma.) Célunk, hogy az adott iterációs körben elérjük, hogy az adott i -re az A_i baloldali szabályok alakja a fenti formájú legyen.

- (a) Menjünk végig j -vel 1-től $i-1$ -ig a számokon növekvő sorrendben!
- Ha van a nyelvtanunkban

$$A_i \rightarrow A_j W \quad i > j$$

alakú szabály, akkor helyettesítsük az összes ilyen szabályban az A_j helyére az összes olyan szabály jobboldalát, ahol a bal oldalon az A_j nemterminális szerepel.

Mivel az A_j baloldalú szabályokon már végigmentünk korábban, könnyen látható, hogy az átalakítás után kapott szabályok vagy I . típusúak lesznek, vagy pedig legalább $j + 1$ -es indexű nemterminálissal kezdődő jobboldaluk lesz.

- (b) Most már minden szabályra igaz, hogy vagy I . típusú, vagy pedig

$$A_i \rightarrow A_j W \quad i \leq j$$

alakú.

- Ha van a nyelvtanunkban $A_i \rightarrow A_j W$ alakú szabály, akkor hajtunk végre a közvetlen balrekurziót kiküszöbölő algoritmusunkat. Ezután minden A_i baloldalú szabály I . vagy II . alakú lesz.

Miután i -vel elértük az n értéket, minden szabályunk alakja megfelel a kitűzött célunknak. Felhívnam a figyelmet arra is, hogy mivel n -nél nagyobb indexünk nincsen, ezért az A_n baloldalú szabályok csak I . típusúak lehetnek.

4. Most pedig i -vel végig kell lépegetnünk $n-1$ -től 1-ig.

- Minden II . típusú szabályban a jobboldalon álló első, nemterminális szimbólum helyére helyettesítsük be az olyan szabályjobboldalakat, ahol a szabály bal oldalán a helyettesíteni kívánt nemterminális áll.

Az adott lépés végén az olyan szabályok, melyeknek bal oldalán i -nél nem kisebb indexű nemterminális van, I . típusúak lesznek.

Amennyiben a 2. pontban újonnan bevezetett nemterminálisokat és a közvetlen balrekurzió kiküszöbölésekor keletkező új nemterminálisokat mindig a legelső helyre állítjuk be a nemterminálisok éppen aktuális rendezésében, és a 4. pontban leírt dolgokat rájuk is kiterjesztjük, akkor a végén minden szabály meg fog felelni a Greibach normál alak előírásainak.

Az átalakítás szemléltetése egy példán

A feladat legyen a következő nyelvtan GNF-be transzformálása!

$$\begin{array}{lcl} A & \rightarrow & Bc \\ B & \rightarrow & CA \mid b \\ C & \rightarrow & AB \mid a \end{array}$$

1. Legyen a nemterminálisok sorrendje: $A < B < C$. Vagy másképpen leírva, legyen $A_1 = A$, $A_2 = B$ és $A_3 = C$.

2. Itt az $A \rightarrow Bc$ szabály helyett a továbbiakban az $A \rightarrow B\bar{C}$ illetve a $\bar{C} \rightarrow c$ szabályokat használjuk. $\bar{C}$ -t $\bar{C} < A_1 = A$ módon soroljuk be a nemterminálisok közé. A $\bar{C}$ baloldali szabállyal a továbbiakban semmi dolgunk nincs.
3. Most az i szerinti iterációt hajtjuk végre.
- $i = 1$ (a) A j szerinti iterációt úgy, ahogy van, ki is hagyhatjuk, mivel 1-nél kisebb sorszámú eredeti nemterminális nem lehet szabály jobb oldalának első pozíciójában.
- (b) Jelen esetben nincs A baloldali, közvetlen balrekurziót okozó szabály, tehát itt sem kell tennünk semmit.
- $i = 2$ Most sincs semmi teendőnk, mert $B \rightarrow CA \text{ II.}$, illetve $B \rightarrow b \text{ I.}$ típusú volt már kezdetben is.
- $i = 3$ A $C \rightarrow a$ szabállyal minden rendben is van ($I.$ típusú), de a másik szabály megsérti a részcélként kitűzött $II.$ második szabályalakot.
- (a) Jöjjön akkor a j szerinti iteráció!
- $j = 1$ $C \rightarrow AB \rightsquigarrow C \rightarrow B\bar{C}B$, ahol $\rightsquigarrow$ jelzi azt, hogy a tőle balra levő szabály helyett a továbbiakban a tőle jobbra levő szabály(oka)t használjuk.
- $j = 2$

$$C \rightarrow B\bar{C}B \rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} C \rightarrow b\bar{C}B \\ C \rightarrow CA\bar{C}B \end{array} \right.$$

- (b) Ismétlésként nézzük meg, hogy milyen szabályaink vannak most!

$$\begin{array}{l} \bar{C} \rightarrow c \\ A \rightarrow B\bar{C} \\ B \rightarrow CA \mid b \\ C \rightarrow CA\bar{C}B \\ C \rightarrow a \mid b\bar{C}B \end{array}$$

A közvetlen balrekurziót szűrő algoritmust a negyedik és az ötödik sorral indítva kell végrehajtani. Tehát

$$\left\{ \begin{array}{l} C \rightarrow CA\bar{C}B \\ C \rightarrow a \mid b\bar{C}B \end{array} \right\} \rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} C \rightarrow a \mid b\bar{C}B \mid a\hat{C} \mid b\bar{C}B\hat{C} \\ \hat{C} \rightarrow A\bar{C}B \mid A\bar{C}B\hat{C} \end{array} \right.$$

Most itt tartunk ($\hat{C}$ a legkisebb nemterminális):

$$\begin{array}{l} \hat{C} \rightarrow A\bar{C}B \mid A\bar{C}B\hat{C} \\ \bar{C} \rightarrow c \\ A \rightarrow B\bar{C} \\ B \rightarrow CA \mid b \\ C \rightarrow a \mid b\bar{C}B \mid a\hat{C} \mid b\bar{C}B\hat{C} \end{array}$$

4. Eztán jöhet a visszafele lépegetés.

$$i = 2 \quad B \rightarrow CA \rightsquigarrow B \rightarrow aA \mid b\bar{C}BA \mid a\hat{C}A \mid b\bar{C}B\hat{C}A$$

$$i = 1 \quad A \rightarrow B\bar{C} \quad \rightsquigarrow \quad A \rightarrow aA\bar{C} \mid b\bar{C}BA\bar{C} \mid a\hat{C}A\bar{C} \mid b\bar{C}B\hat{C}A\bar{C} \mid b\bar{C}$$

$i < 1$ Az algoritmus kiterjesztése alapján:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} \rightarrow A\bar{C}B \\ \hat{C} \rightarrow A\bar{C}B\hat{C} \end{array} \right\} \rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{C} \rightarrow aA\bar{C}\bar{C}B \mid b\bar{C}BA\bar{C}\bar{C}B \\ \quad a\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B \mid b\bar{C}B\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B \\ \quad b\bar{C}\bar{C}B \\ \hat{C} \rightarrow aA\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \mid b\bar{C}BA\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \\ \quad a\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \mid b\bar{C}B\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \\ \quad b\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \end{array} \right.$$

Az eredményképpen kapott GNF alakú nyelvtant tehát a

$$\begin{aligned} \hat{C} &\rightarrow aA\bar{C}\bar{C}B \mid b\bar{C}BA\bar{C}\bar{C}B \\ &\quad a\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B \mid b\bar{C}B\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B \\ &\quad b\bar{C}\bar{C}B \\ \hat{C} &\rightarrow aA\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \mid b\bar{C}BA\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \\ &\quad a\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \mid b\bar{C}B\hat{C}A\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \\ &\quad b\bar{C}\bar{C}B\hat{C} \\ \bar{C} &\rightarrow c \\ A &\rightarrow aA\bar{C} \mid b\bar{C}BA\bar{C} \mid a\hat{C}A\bar{C} \mid b\bar{C}B\hat{C}A\bar{C} \mid b\bar{C} \\ B &\rightarrow aA \mid b\bar{C}BA \mid a\hat{C}A \mid b\bar{C}B\hat{C}A \mid b \\ C &\rightarrow a \mid b\bar{C}B \mid a\hat{C} \mid b\bar{C}B\hat{C} \end{aligned}$$

szabályok alkotják.